ЖЭТФ, 1998, том 113, вып. 6, стр. 2256–2262

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В НЕЛОКАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ НАКЛОННОГО ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО ПЕРЕХОДА КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ

*А. И. Ломтев**

Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина
Национальной академии наук Украины
340114, Донецк, Украина

Поступила в редакцию 18 ноября 1997 г.

Рассмотрена новая геометрия наклонного джозефсоновского перехода конечной вдоль магнитного поля толщины и выведено нелокальное интегродифференциальное уравнение динамики разности фаз. Для контакта «внахлест» исследован спектр малоамплитудных электромагнитных возбуждений.

1. До настоящего времени уравнения нелокальной джозефсоновской электродинамики получены и исследовались в четырех случаях: 1) туннельный переход на стыке двух сверхпроводящих ультратонких пленок, толщины которых много меньше лондоновской длины; 2) туннельный переход между массивными сверхпроводниками, толщина которых значительно превышает лондоновскую длину; 3) туннельный переход между сверхпроводящими слоями конечной толщины в направлении, ортогональном магнитному полю; 4) туннельный переход «встык» между сверхпроводящими пластинами конечной вдоль магнитного поля толщины.

Так, в работах [1–8] показано, что эффекты нелокальности могут быть существенными даже в контактах с большой толщиной d ($d \gg \lambda$, λ — лондоновская глубина проникновения) вдоль магнитного поля (по направлению вихрей), т. е. в ситуациях, до того рассматривавшихся в локальном приближении. В противоположном предельном случае контактов в тонких пленках, когда $d \ll \lambda$, нелокальность очень существенна и становится определяющим фактором. Соответствующие уравнения получены и изучались в работах [9–12]. Джозефсоновский переход между двумя сверхпроводящими слоями конечной толщины в направлении, ортогональном магнитному полю вихрей, изучался в работе [13].

Тем не менее теория оставалась все еще недостаточно разработанной и необходимо было выйти за рамки указанных предельных случаев, так как в эксперименте часто используются контакты, размер которых в направлении ориентации джозефсоновских вихрей соизмерим с λ. Такая геометрия реализуется, например, на монокристаллических чешуйках Y-Ba-Cu-O и других керамик с границами двойникования.

Данное рассмотрение осуществлено в недавней работе [14] для контакта «встык» (плоскость туннельного перехода ортогональна плоскости пластины) при произвольном отношении d/λ. Показано, что связь между скачком фазы параметра порядка на контакте и плотностью тока всегда содержит существенно нелокальную составляющую, которая обусловлена дальнодействующим характером поля в свободном пространстве,

*E-mail: medvedev@host.dipt.donetsk.ua

причем амплитуда этой составляющей обладает лишь слабой (приблизительно линейной) зависимостью от параметра λ/d, а ее форма вообще не зависит от него.

Настоящая работа содержит вывод и предварительный анализ уравнений электродинамики наклонного (скошенного) джозефсоновского контакта в пластине с произвольным отношением d/λ при произвольном угле наклона α между плоскостью перехода и нормалью к плоскости пластины. Такие переходы реально могут возникать в экспериментальных ситуациях двух типов. Во-первых, в гранулированных поликристаллических образцах ВТСП керамик реализуются случайные слабые связи с различной величиной угла α от переходов «встык» (с углом $\alpha \simeq 0$) до переходов «внахлест» (с углом $\alpha \simeq \pi/2$). По-видимому, основная доля таких контактов будет представлять собой переходы общего положения, а именно «скошенные» джозефсоновские переходы с произвольной величиной угла α. Во-вторых, в экспериментальных исследованиях и практических приложениях, как правило, используются переходы «внахлест» с большой площадью самого контакта. Методика изготовления таких переходов позволяет получать и «скошенные» джозефсоновские переходы. Для контакта «внахлест» (при $\alpha \to \pi/2$), который ранее не рассматривался, в бездиссипативном пределе и в отсутствие транспортного тока и внешнего магнитного поля исследован спектр малоамплитудных электромагнитных возбуждений, распространяющихся вдоль перехода.

Поставленная задача сведена нами к задаче о наклонном абрикосовском вихре в плоскопараллельной пластине конечной вдоль магнитного поля толщины $2d$. Такая задача о вычислении усредненного по толщине пластины и нормального к плоскости перехода тока наклонного вихря ранее не рассматривалась. Конечные результаты относятся к контакту общего положения с произвольным углом α. При $\alpha \to \pi/2$ удается приближенно проинтегрировать фурье-образ интегрального члена по быстрой переменной $k_y \operatorname{tg} \alpha$ и тем самым найти спектры малоамплитудных электромагнитных возбуждений при произвольной величине волнового вектора и произвольном отношении d/λ, а также найти их явный вид в коротковолновой и длинноволновой областях спектра при $d/\lambda \gg 1$ и $d/\lambda \ll 1$.

2. Магнитное поле линейного произвольного источника (например, вихря, рассматриваемого в лондоновском приближении) в сверхпроводящей пластине удовлетворяет уравнению

$$\lambda^2 \Delta \mathbf{h} - \mathbf{h} = -\boldsymbol{\nu}(\mathbf{r}), \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\nu}(\mathbf{r}) = (\Phi_0/2\pi) \operatorname{rot} \nabla\theta = (\Phi_0/2\pi) \int \delta\left(\mathbf{r} - \mathbf{R}(p)\right) d\mathbf{R}(p),$$

где Φ_0 — квант магнитного потока, θ — фаза параметра порядка и $\mathbf{R}(p)$ — параметрически заданный радиус-вектор точек кора вихря. Кор джозефсоновского вихря расползается по поверхности слабой связи S, разделяющей сверхпроводник, и представляет собой двумерный объект. Соответствующий «размазанный» по этой поверхности источник $\boldsymbol{\nu}(\mathbf{r})$ в (1) выражается, как легко видеть, формулой

$$\boldsymbol{\nu}(\mathbf{r}) = (\Phi_0/2\pi) \int \delta\left(\mathbf{r} - \mathbf{R}(a,b)\right) \left[\partial\varphi/\partial\mathbf{R}, d\mathbf{S}(a,b)\right], \tag{2}$$

где a, b — аргументы параметрического представления S, $\mathbf{R}(a,b)$ — радиус-вектор точек S, $d\mathbf{S}(a,b)$ — векторный элемент площади S, φ — разность фаз на берегах перехода, а квадратные скобки под интегралом обозначают векторное произведение. В силу равенства $\operatorname{div}\boldsymbol{\nu} = 0$ произвольный источник магнитного поля можно либо представить в виде непрерывной суммы по линейным корам (а $\mathbf{h}$ в форме линейной комбинации полей абрикосовских вихрей), либо, напротив, трактовать как трехмерное векторное поле. Для перехода общего положения при произвольном угле наклона α с магнитным потоком, направленным под углом $\pi/2 - \alpha$ к плоскости пластины, ориентируя ось z по толщине, а ось x вдоль перехода, из (2) получаем

$$\begin{aligned} &\nu_x(\mathbf{r}) = 0, \quad \nu_y(\mathbf{r}) = (\Phi_0/2\pi)\operatorname{tg}\alpha\,\delta(y - z\operatorname{tg}\alpha)\partial\varphi(x)/\partial x, \\ &\nu_z(\mathbf{r}) = (\Phi_0/2\pi)\delta(y - z\operatorname{tg}\alpha)\partial\varphi(x)/\partial x, \end{aligned} \tag{3}$$

где $\varphi(\mathbf{r})$ — скачок фазы параметра порядка на берегах перехода,

$$\varphi(\mathbf{r}) = \theta(x, y\cos\alpha - z\sin\alpha = +0) - \theta(x, y\cos\alpha - z\sin\alpha = -0), \tag{4}$$

в силу (3) и уравнения $\operatorname{div}\boldsymbol{\nu} = 0$ не зависит от координат y и z.

Скачок фазы и, тем самым, источник будут находиться решением полного нелинейного уравнения для перехода. До того, благодаря линейности уравнения (1), для магнитного поля можно написать: $\mathbf{h} = \mathbf{H}_m + \mathbf{H}$, где $\mathbf{H}_m$ — «затравочное» мейсснеровское поле, порождаемое заданным транспортным сверхтоком и внешним магнитным полем и определяемое решением однородного уравнения (1) так, как если бы слабая связь вообще отсутствовала и сверхпроводник был бы сплошным, а $\mathbf{H}$ генерируется источником (зануляется при $\boldsymbol{\nu} = 0$). Совершая двумерное преобразование Фурье в плоскости пластины xy толщиной $2d$, $|z| < d$, находим

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{a}\exp(\kappa z) + \mathbf{b}\exp(-\kappa z), \tag{5}$$

$$\mathbf{H}_0 = -\int\limits_{-d}^{d} \frac{\operatorname{sh}\kappa|z - z'|}{2\kappa\lambda^2}\,\boldsymbol{\nu}(k, z')dz', \quad \kappa = (\lambda^{-2} + k^2)^{1/2}, \quad k^2 = k_x^2 + k_y^2, \tag{6}$$

где $\mathbf{k}$ — двумерный волновой вектор. Векторные коэффициенты $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ определяются, во-первых, бездивергентностью поля

$$\partial H_z/\partial z + i\mathbf{k}\mathbf{H}_{\|} = 0 \tag{7}$$

и его непрерывностью на краях пластины и, во-вторых, потенциальностью тангенциальной составляющей магнитного поля на границе сверхпроводника (что означает равенство нулю нормальной к поверхности компоненты тока) и потенциальностью всех трех компонент магнитного поля в свободном пространстве. Из последнего условия получаем соотношение

$$\mathbf{H}_{\|}/H_z|_{z=\pm d} = \mp i\mathbf{k}/|\mathbf{k}|, \tag{8}$$

учитывающее влияние свободного пространства на распределение поля и тока в сверхпроводнике. Здесь и ниже индекс «$\|$» обозначает x- и y-проекции векторов.

Следствием условий (7), (8) является соотношение

$$\partial H_z/\partial z|_{z=\pm d} = \mp H_z|_{z=\pm d}, \tag{9}$$

которое и определяет коэффициенты a_z, b_z через поле источника:

$$a_z = \Delta^{-1}\Big\{(\partial H_{0z}/\partial z - kH_{0z})\big|_{z=-d}(\kappa - k)\exp(-\kappa d) -$$
$$- (\partial H_{0z}/\partial z + kH_{0z})\big|_{z=d}(\kappa + k)\exp(\kappa d)\Big\},$$
$$b_z = \Delta^{-1}\Big\{(\partial H_{0z}/\partial z - kH_{0z})\big|_{z=-d}(\kappa + k)\exp(\kappa d) - \qquad (10)$$
$$- (\partial H_{0z}/\partial z + kH_{0z})\big|_{z=d}(\kappa - k)\exp(-\kappa d)\Big\},$$
$$\Delta = 4\,[\kappa\,\mathrm{sh}(\kappa d) + k\,\mathrm{ch}(\kappa d)]\,[\kappa\,\mathrm{ch}(\kappa d) + k\,\mathrm{sh}(\kappa d)], \quad k = |\mathbf{k}|.$$

Из соотношения (8) с учетом (10) определяются коэффициенты $\mathbf{a}_{\|}$ и $\mathbf{b}_{\|}$ также через поле источника:

$$\mathbf{a}_{\|} = (2\,\mathrm{sh}(2\kappa d))^{-1}\Big\{-i\mathbf{k}k^{-1}\Big[H_z\big|_{z=d}\exp(\kappa d) + H_z\big|_{z=-d}\exp(-\kappa d)\Big] -$$
$$- \mathbf{H}_{0\|}\big|_{z=d}\exp(\kappa d) + \mathbf{H}_{0\|}\big|_{z=-d}\exp(-\kappa d)\Big\},$$
$$\mathbf{b}_{\|} = (2\,\mathrm{sh}(2\kappa d))^{-1}\Big\{i\mathbf{k}k^{-1}\Big[H_z\big|_{z=d}\exp(-\kappa d) + H_z\big|_{z=-d}\exp(\kappa d)\Big] + \qquad (11)$$
$$+ \mathbf{H}_{0\|}\big|_{z=d}\exp(-\kappa d) - \mathbf{H}_{0\|}\big|_{z=-d}\exp(\kappa d)\Big\}.$$

Формулы (5)–(11) позволяют найти поле и сверхток внутри пластины произвольного источника.

Подставляя (3) в (6) с учетом (5) и переходя к координатному представлению, для усредненной по толщине пластины плотности тока через контакт, нормального к плоскости перехода, из (5)–(11) получаем

$$j(x) = J_m(x) + J(x),$$

где J_m — «затравочный» мейсснеровский ток, определяемый полем H_m, и $J(x)$ — ток источника:

$$J(x) = \frac{c\Phi_0}{16\pi^3\lambda^2}\frac{\partial}{\partial x}\int Q(x - x')\frac{\partial}{\partial x'}\varphi(x')dx'. \qquad (12)$$

Фигурирующее здесь ядро нелокальной связи между источником и током выражается формулой

$$Q(x) = K_0(|x|/\lambda) + Q_1(x), \qquad (13)$$

K_0 — функция Макдональда нулевого порядка,

$$Q_1(x) = \int\frac{dk_x dk_y}{(2\pi)^2}\exp(ik_x x)Q_1(k_x, k_y), \qquad (14)$$

а фурье-образ ядра $Q_1(k_x, k_y)$ имеет вид

$$
\begin{aligned}
Q_1(k_x,k_y) = {} & [\kappa\,\mathrm{ch}(\kappa d) + k\,\mathrm{sh}(\kappa d)]^{-1}\,[\kappa\,\mathrm{sh}(\kappa d) + k\,\mathrm{ch}(\kappa d)]^{-1} \times \\
& \times \left\{ \cos\alpha \left\{ \frac{\kappa}{2dk(\kappa^2+\tilde{k}_y^2)} \left[k\,\mathrm{ch}(2\kappa d) + \kappa\,\mathrm{sh}(2\kappa d) - k\cos\left(2\tilde{k}_y d\right) + \tilde{k}_y \sin\left(2\tilde{k}_y d\right) \right] - \right.\right. \\
& - \frac{1}{\kappa d\left(\kappa^2+\tilde{k}_y^2\right)^2} \left[2k\kappa^2\tilde{k}_y \cos\left(\tilde{k}_y d\right)\sin\left(\tilde{k}_y d\right) + \kappa^2\left(k^2-\tilde{k}_y^2\right)\left(\mathrm{ch}^2(\kappa d)\sin^2(\tilde{k}_y d) + \right.\right. \\
& \left.\left. + \,\mathrm{sh}^2(\kappa d)\cos^2\left(\tilde{k}_y d\right)\right) + k\kappa\left(\kappa^2 - \tilde{k}_y^2\right)\mathrm{ch}(\kappa d)\,\mathrm{sh}(\kappa d) \right] \Big\} + \\
& + \frac{\kappa\sin\alpha}{d(\kappa^2+\tilde{k}_y^2)^2\,\mathrm{sh}(\kappa d)\,\mathrm{ch}(\kappa d)} \left\{ -\,\mathrm{tg}\,\alpha \left[\mathrm{ch}^2(\kappa d)\sin^2\left(\tilde{k}_y d\right) + \mathrm{sh}^2(\kappa d)\cos^2\left(\tilde{k}_y d\right) \right] \times \right. \\
& \times [\kappa\,\mathrm{ch}(\kappa d) + k\,\mathrm{sh}(\kappa d)]\,[\kappa\,\mathrm{sh}(\kappa d) + k\,\mathrm{ch}(\kappa d)] + \\
& + k_y k^{-1} \left[(\kappa^2 - \tilde{k}_y^2)\,\mathrm{sh}(\kappa d)\,\mathrm{ch}(\kappa d)\sin(\tilde{k}_y d)\cos(\tilde{k}_y d) + \kappa\tilde{k}_y(\mathrm{sh}^4(\kappa d)\cos^2(\tilde{k}_y d) + \right. \\
& \left.\left.\left. + \,\mathrm{ch}^4(\kappa d)\sin^2(\tilde{k}_y d) - \mathrm{sh}^2(\kappa d)\,\mathrm{ch}^2(\kappa d)) \right] \right\} \right\}, \qquad (15)
\end{aligned}
$$

где $\tilde{k}_y = k_y\,\mathrm{tg}\,\alpha$, $0 \le \alpha \le \pi/2$. Из формул (13)–(15) при $\alpha = 0$ следуют результаты работы [14] для джозефсоновского перехода «встык». При этом в (13) первое слагаемое отвечает пределу двух массивных сверхпроводников с толщиной $d \gg \lambda$ и является ядром интегрального члена уравнения, впервые полученного в [1] и используемого в работах [2–8]. В противоположном пределе ультратонких пленок с толщиной $d \ll \lambda$ сумма обоих слагаемых приводит к ядру интегрального члена уравнения, впервые рассмотренного и исследованного в [9–11] и равного

$$Q(x) = \frac{\lambda_{eff}}{\pi} \int_0^\infty \frac{dk}{1 + 2k\lambda_{eff}} J_0(kx), \qquad (16)$$

где J_0 — функция Бесселя нулевого порядка, $\lambda_{eff} = \lambda^2/2d$ — пирловская глубина проникновения.

3. Замкнутое уравнение для разности фаз на переходе получается, как обычно, приравниванием $j(x)$ сумме джозефсоновского сверхтока, нормального тока и емкостного тока смещения, рассматриваемых как внутренние характеристики контакта, и в стандартных обозначениях имеет вид

$$\sin\varphi + \frac{\beta}{\omega_J^2}\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \omega_J^{-2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = \frac{J_m(x)}{j_c} + \frac{\lambda_J^2}{\pi\lambda}\frac{\partial}{\partial x}\int Q(x-x')\frac{\partial\varphi(x')}{\partial x'}\,dx'. \qquad (17)$$

Здесь j_c — плотность джозефсоновского тока, λ_J и ω_J — джозефсоновские длина и частота, β — диссипативный параметр.

Интегральное ядро $Q(x)$ единым образом описывает возбуждения в джозефсоновском переходе как в тонкой пленке, так и в толстом вдоль магнитного поля образце. В общем промежуточном случае при произвольном угле α оно представляет собой сумму хорошо локализованного и неинтегрируемого сильно нелокального слагаемого (второй член в правой части (13)), которое обязано своим происхождением медленно убывающей тангенциальной составляющей магнитного поля в свободном пространстве у поверхностей пластины. При этом для перехода почти «встык» (когда угол α равен нулю или очень мал) и перехода почти «внахлест» (когда угол α близок к значению $\pi/2$) наблюдаются две физически различные асимптотики ядра $Q_1(x)$ при больших значениях аргумента x. Так, при α близком к нулю магнитный поток вихря почти ортогонален плоскости пластины, а магнитное поле по обе стороны от нее имеет противоположные знаки. Этот факт и приводит к степенной зависимости ядра $Q_1(x)$ на больших расстояниях (см. [14]):

$$Q_1(x) \sim \lambda^2/d|x|. \tag{18}$$

С другой стороны, при α близком к $\pi/2$ магнитный поток вихря располагается почти параллельно плоскости пластины, а магнитное поле его в вакууме как сверху, так и снизу последней почти полностью компенсируется. Это обстоятельство и уменьшает степень нелокальности ядра $Q_1(x)$, которое при больших x согласно формулам (13)–(15) имеет следующую экспоненциальную асимптотику

$$Q_1(x) \propto (\lambda/d) K_0\left(|x|/d \operatorname{tg}\alpha\right), \tag{19}$$

радиус убывания которой равен эффективной толщине перехода $d \operatorname{tg}\alpha \gg \lambda$.

Для переходов общего положения — «скошенных» переходов с произвольным углом α — качественное отличие поведения от перечисленных выше будет заключаться в характере нелокальности ядра $Q_1(x)$ при больших x, который, согласно формулам (14), (15), может быть рассчитан численно, а приближенно имеет следующую асимптотику:

$$Q_1(x) \propto A\cos\alpha\, \lambda^2/d|x| + B\sin\alpha(\lambda/d) K_0\left(|x|/d \operatorname{tg}\alpha\right), \tag{20}$$

где A и B — некоторые постоянные коэффициенты.

4. Рассмотрим спектр малоамплитудных электромагнитных возбуждений

$$\varphi(x,t) = \varphi_0 \exp\left[i(qx - \omega t)\right], \quad |\varphi_0| \ll 1, \tag{21}$$

для контакта «внахлест», распространяющихся вдоль перехода Джозефсона.

Из уравнения (17) в бездиссипативном пределе и в отсутствие транспортного тока и внешнего поля следует дисперсионное уравнение

$$\omega = \omega_J \left[1 + \frac{\lambda_J^2 q^2}{(1+\lambda^2 q^2)^{1/2}} + \frac{\lambda_J^2 q^2}{\pi\lambda} F(q)\right]^{1/2}, \tag{22}$$

в котором функция $F(q) \equiv Q_1(q)$ и, согласно формуле (15), определяется следующим соотношением:

$$Q_1(k_x) = \operatorname{ctg}\alpha \int \frac{dk_y}{2\pi}\, Q_1(k_x, k_y; \operatorname{ctg}\alpha k_y) \approx Q_{1(0)}(k_x) + \operatorname{ctg}^2\alpha Q_{1(2)}(k_x) + \ldots, \tag{23}$$

которое представляет собой два первых члена ряда разложения ядра $Q_1(k_x)$ по малому параметру $\operatorname{ctg}^2\alpha \ll 1$. В формуле (23)

$$\begin{gathered} Q_{1(0)}(k_x) = -\frac{1}{4\kappa^2 d \operatorname{sh}(2\kappa d)} \left[\operatorname{ch}(2\kappa d) - (1 + 2\kappa d)\exp(-2\kappa d)\right], \\ Q_{1(2)}(k_x) = \left[\kappa \operatorname{ch}(\kappa d) + k \operatorname{sh}(\kappa d)\right]^{-1} \left[\kappa \operatorname{sh}(\kappa d) + k \operatorname{ch}(\kappa d)\right]^{-1} \times \end{gathered} \tag{24}$$

$$\times \left\{ \frac{\operatorname{sh}(2\kappa d)}{4d} \left(\frac{3}{2} + \frac{\kappa}{k} \right) + \frac{\exp(-2\kappa d)}{4\kappa k} \left[k(\lambda^{-2} + 2k^2) + 2\kappa\lambda^{-2} \right] + \right.$$
$$+ \frac{\kappa}{4kd\,\operatorname{sh}(2\kappa d)} - \frac{k^2}{8d\kappa^2} \operatorname{sh}^2(\kappa d) \left[1 + \exp(-2\kappa d) \right] +$$
$$\left. + \frac{\kappa \operatorname{cth}(2\kappa d) \exp(-2\kappa d)}{4kd} (2\kappa d - 1) \right\},$$

где $k \equiv k_x$, а $\kappa = (\lambda^{-2} + k_x^2)^{1/2}$. Соотношениями (22)–(24) определяется спектр малоамплитудных электромагнитных возбуждений при произвольной величине волнового вектора $q \equiv k_x$ и при произвольном отношении d/λ. В коротковолновой и длинноволновой областях спектр имеет следующие асимптотики:

$$\omega(q \to \infty) = \omega_J \left[1 - \frac{\lambda_J^2}{4\pi\lambda d} + \frac{\lambda_J^2 q^2}{(1 + \lambda^2 q^2)^{1/2}} \right]^{1/2}, \tag{25}$$

$$\omega(q \to 0) = \omega_J \left[1 + \frac{\lambda_J^2}{\pi d \operatorname{tg}^2 \alpha} q + (1 - 3/4\pi)\lambda_J^2 q^2 \right]^{1/2} \tag{26}$$

при $d \ll \lambda$ и

$$\omega(q \to 0) = \omega_J \left[1 + \frac{\lambda_J^2}{2\pi d \operatorname{tg}^2 \alpha} q + \lambda_J^2 q^2 \right]^{1/2} \tag{27}$$

для $d \gg \lambda$.

В заключение автор выражает свою благодарность Ю. Е. Кузовлеву за идею рассмотрения наклонного джозефсоновского перехода и стимулирующие дискуссии и Ю. В. Медведеву за постоянное внимание и поддержку.

Литература

1. Ю. М. Алиев, В. П. Силин, С. А. Урюпин, Сверхпроводимость **5**, 228 (1992).
2. A. Gurevich, Phys. Rev. B **46**, 3187 (1992).
3. Ю. М. Алиев, В. П. Силин, С. А. Урюпин, Письма в ЖЭТФ **57**, 187 (1993).
4. Ю. М. Алиев, В. П. Силин, ЖЭТФ **104**, 2526 (1993).
5. Yu. M. Aliev and V. P. Silin, Phys. Lett. A **157**, 259 (1993).
6. В. П. Силин, Письма в ЖЭТФ **58**, 726 (1993).
7. Г. Л. Алфимов, В. П. Силин, ЖЭТФ **106**, 671 (1994).
8. В. П. Силин, Письма в ЖЭТФ **60**, 442 (1994).
9. Ю. М. Иванченко, Т. К. Соболева, Письма в ЖЭТФ **51**, 100 (1990).
10. Yu. M. Ivanchenko and T. K. Soboleva, Phys. Lett. A **147**, 65 (1990).
11. Ю. М. Иванченко, Т. К. Соболева, ФТТ **32**, 2029 (1990).
12. R. G. Mints and I. B. Snapiro, Phys. Rev. B **51**, 3054 (1995).
13. И. О. Кулик, И. К. Янсон, *Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах*, Наука, Москва (1970).
14. Ю. Е. Кузовлев, А. И. Ломтев, ЖЭТФ **111**, 1803 (1997).