ЖЭТФ, 2013, том 144, вып. 4 (10), стр. 718–726 © 2013

# ВЫСОКОАПЕРТУРНЫЕ БИНАРНЫЕ АКСИКОНЫ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОДОЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ОПТИЧЕСКОЙ ОСИ ПРИ ЛИНЕЙНОЙ И КРУГОВОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЯХ ОСВЕЩАЮЩЕГО ПУЧКА

***С. Н. Хонина*[*], *Д. А. Савельев*[**]**

*Институт систем обработки изображений Российской академии наук*
*443001, Самара, Россия*

*Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С. П. Королева*
*(национальный исследовательский университет)*
*443086, Самара, Россия*

Поступила в редакцию 19 февраля 2013 г.

На основе метода разложения по плоским волнам проведен теоретический анализ дифракции однородно-поляризованных лазерных пучков с вихревой фазовой сингулярностью. Показано, что в условиях высокой числовой апертуры при этом на оптической оси формируется достаточно мощная продольная компонента электрического поля. Численно продемонстрировано, что аналогичный эффект обеспечивается при дифракции обычного гауссова пучка на асимметричных бинарных аксиконах. При этом интенсивность на оптической оси можно варьировать либо вращением оптического элемента, либо изменением направления поляризации излучения.

**DOI**: 10.7868/S0044451013100039

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что аксикон формирует бесселевый пучок нулевого порядка, диаметр центрального пятна которого по уровню половины интенсивности равен $\mathrm{FWHM} = 0.36\lambda/\mathrm{NA}$ [1, 2], что на 37 % меньше, чем размер диска Эйри ($\mathrm{FWHM} = 0.51\lambda/\mathrm{NA}$), формируемого линзой с той же числовой апертурой (NA). Данный факт делает аксикон перспективным в приложениях, где необходимо формирование компактного в поперечном направлении светового пятна.

Однако для линейной поляризации освещающего аксикон излучения (которое производится большинством лазеров) уменьшению абсолютного размера светового пятна в интенсивности электромагнитного поля препятствует вклад продольной компоненты, усиливающийся при увеличении числовой апертуры и уширяющий поперечный размер светового пятна вдоль оси поляризации. В связи с этим во многих работах рассматривается радиально-поляризованный падающий пучок. При радиальной поляризации высокоапертурный аксикон формирует световое пятно, состоящее в основном из одной продольной компоненты, и позволяет достичь предсказанное скалярной теорией преодоление дифракционного предела по сравнению с линзой [3–7]. Выделение продольной компоненты важно в таких приложениях как микроскопия, высокоразрешающая метрология, ускорение электронов и обработка материалов [8].

В работах [9–11] было показано, что для линейно-поляризованного излучения, падающего на бинарный аксикон с высокой числовой апертурой, можно сформировать продольную компоненту на оптической оси с помощью перпендикулярного оси поляризации фазового скачка. Аналогичный результат получается при использовании биаксикона. Однако этот эффект возникает только при определенной взаимной ориентации оси поляризации и биаксикона. В работах [9, 11] был также рассмотрен спиральный бинарный аксикон, действие которого не зависит от поворота оси линейной поляризации.

[*]E-mail: khonina@smr.ru
[**]E-mail: dmitrey.savelyev@yandex.ru

Из линейной поляризации лазерного излучения довольно просто получить круговую поляризацию, которая обладает круговой симметрией даже при острой фокусировке. Однако световое пятно получается также уширенным из-за вклада продольной компоненты. Перераспределение продольной компоненты в центральную часть фокуса за счет внесения линейной или вихревой фазовой сингулярности позволяет уменьшить размер светового пятна [2]. В работе [2] было показано, что аналогичный результат можно получить при использовании вихревых аксиконов, однако для бинарных структур, которые значительно проще в изготовлении, исследования не проводились.

В данной работе численно исследуется дифракция лазерного излучения с линейной и круговой поляризациями на бинарных дифракционных аксиконах трех типов (осесимметричном, биаксиконе и спиральном) с целью выделения на оптической оси продольной компоненты электрического поля. При моделировании использовался метод разложения по плоским волнам в модификации Мансурипура [12] с учетом коэффициентов пропускания Френеля и метод конечных разностей во временной области (FDTD), реализованный в пакете программ Meep [13].

Сравнение результатов двух методов для осесимметричного аксикона было проведено в работе [14] и показало их качественное совпадение при количественных различиях. Данные различия связаны с возможностью учета при использовании метода FDTD реальных оптических характеристик, таких как толщина подложки элемента, расстояние от источника до элемента [10]. Неменьшее влияние оказывает тип освещающего пучка, его размеры, длина волны излучения и материал, из которого изготовлен оптический элемент [14]. Однако такая точность расчетов сопровождается существенной ресурсоемкостью, поэтому для выполнения расчетов использовался вычислительный кластер мощностью 775 GFlops.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

При использовании метода разложения по плоским волнам в цилиндрических координатах компоненты электрического вектора вычисляются с помощью интеграла [15]:

$$\mathbf{E}(\rho,\theta,z)=\frac{1}{\lambda^2}\int\limits_0^{\sigma_0}\int\limits_0^{2\pi}\mathbf{M}(\sigma,\phi)\begin{pmatrix}F_x(\sigma,\phi)\\F_y(\sigma,\phi)\end{pmatrix}\times$$
$$\times\exp\left(ikz\sqrt{1-\sigma^2}\right)\exp\left[ik\sigma\rho\cos(\theta-\phi)\right]\sigma\,d\sigma\,d\phi, \quad (1)$$

где $k=2\pi/\lambda$ — волновое число, $\lambda$ — длина волны,

$$\begin{pmatrix}F_x(\sigma,\phi)\\F_y(\sigma,\phi)\end{pmatrix}=\int\limits_0^{r_0}\int\limits_0^{2\pi}\begin{pmatrix}E_{0x}(r,\varphi)\\E_{0y}(r,\varphi)\end{pmatrix}\times$$
$$\times\exp\left[-ikr\sigma\cos(\varphi-\phi)\right]r\,dr\,d\varphi \quad (2)$$

— спектры тангенциальных компонент входного электрического поля $E_{0x}$ и $E_{0y}$, заданные в области радиусом $r_0$. Спектральные компоненты учитываются в ограниченной области пространственных частот радиусом $\sigma_0$.

Матрица поляризационного преобразования $\mathbf{M}(\sigma,\phi)$ Мансурипура [12] с учетом коэффициентов пропускания Френеля имеет следующий вид [9]:

$$\mathbf{M}(\sigma,\phi)=\begin{bmatrix}t_s(\sigma)+\cos^2\phi\,(t_p(\sigma)\gamma-t_s(\sigma)) & \sin\phi\cos\phi\,(t_p(\sigma)\gamma-t_s(\sigma))\\ \sin\phi\cos\phi\,(t_p(\sigma)\gamma-t_s(\sigma)) & t_s(\sigma)+\sin^2\phi\,(t_p(\sigma)\gamma-t_s(\sigma))\\ -t_p(\sigma)\sigma\cos\phi & -t_p(\sigma)\sigma\sin\phi\end{bmatrix},\quad \gamma=\sqrt{1-\sigma^2}, \quad (3)$$

где

$$t_s(\sigma)=\frac{2(\gamma n_2 n_1-n_1^2)}{2\gamma n_2 n_1-(n_1^2+n_2^2)},$$

$$t_p(\sigma)=\frac{2(\gamma n_2 n_1-n_1^2)}{\gamma(n_1^2+n_2^2)-2n_2 n_1}$$

— коэффициенты пропускания Френеля соответственно для TE- и TM-поляризованных компонент поля, $n_1$ — показатель преломления оптического элемента, $n_2$ — показатель преломления среды.

Если компоненты входного поля представимы в виде вихревых пучков,

$$E_{0j}(r,\varphi)=E_{0j}(r)\exp(im\varphi), \quad (4)$$

то выражения (1)–(3) можно упростить следующим образом [6, 9]:

$$\mathbf{E}(\rho,\theta,z) = k^2 i^{2m}\exp(im\theta)\times \times\int\limits_{\sigma_1}^{\sigma_2}\mathbf{Q}_m(\rho,\theta,\sigma)\begin{pmatrix}P_x(\sigma)\\P_y(\sigma)\end{pmatrix}\times \times\exp\left(ikz\sqrt{1-\sigma^2}\right)\sigma\,d\sigma, \quad (5)$$

где

$$\begin{pmatrix}P_x(\sigma)\\P_y(\sigma)\end{pmatrix} = \int\limits_0^R\begin{pmatrix}E_{0x}(r)\\E_{0y}(r)\end{pmatrix}J_m(kr\sigma)\,r\,dr, \quad (6)$$

$$\mathbf{Q}_m(\rho,\theta,\sigma) = \begin{bmatrix} t_s(\sigma)B_m^{SS}(t,\theta)+t_p(\sigma)\gamma B_m^{CC}(t,\theta) & B_m^{SC}(t,\theta)\,(t_p(\sigma)\gamma - t_s(\sigma)) \\ B_m^{SC}(t,\theta)\,(t_p(\sigma)\gamma - t_s(\sigma)) & t_s(\sigma)B_m^{CC}(t,\theta)+t_p(\sigma)\gamma B_m^{SS}(t,\theta) \\ -t_p(\sigma)\sigma B_m^{C}(t,\theta) & -t_p(\sigma)\sigma B_m^{S}(t,\theta)\end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$B_m^C(t,\theta) = \frac{i}{2}\left[e^{i\theta}J_{m+1}(t) - e^{-i\theta}J_{m-1}(t)\right],$$

$$B_m^S(t,\theta) = \frac{1}{2}\left[e^{i\theta}J_{m+1}(t) + e^{-i\theta}J_{m-1}(t)\right],$$

$$B_m^{CC}(t,\theta) = \frac{1}{4}\left[2J_m(t) - e^{2i\theta}J_{m+2}(t) - e^{-2i\theta}J_{m-2}(t)\right],$$

$$B_m^{SS}(t,\theta) = \frac{1}{4}\left[2J_m(t) + e^{2i\theta}J_{m+2}(t) + e^{-2i\theta}J_{m-2}(t)\right],$$

$$B_m^{SC}(t,\theta) = \frac{i}{4}\left[e^{2i\theta}J_{m+2}(t) - e^{-2i\theta}J_{m-2}(t)\right], \quad t = k\sigma\rho.$$

Выражения (5)–(7) удобны для теоретического анализа вкладов различных компонент электрического поля на оптической оси при различных поляризациях падающего пучка в зависимости от наличия фазовой вихревой составляющей. При рассмотрении поля на оптической оси ($\rho = 0$) вид матрицы (7) для конкретных значений $m$ существенно упрощается:

$$\mathbf{Q}_{m=0}(0,0,\sigma) = = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} t_s(\sigma)+t_p(\sigma)\gamma & 0 \\ 0 & t_s(\sigma)+t_p(\sigma)\gamma \\ 0 & 0\end{bmatrix}, \quad (8a)$$

$$\mathbf{Q}_{m=\pm1}(0,0,\sigma) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \pm it_p(\sigma)\sigma & -t_p(\sigma)\sigma\end{bmatrix}, \quad (8b)$$

$$\mathbf{Q}_{m=\pm2}(0,0,\sigma) = = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} t_s(\sigma)-t_p(\sigma)\gamma & \mp(t_p(\sigma)\gamma - t_s(\sigma)) \\ \mp(t_p(\sigma)\gamma - t_s(\sigma)) & -(t_s(\sigma)-t_s(\sigma)\gamma) \\ 0 & 0\end{bmatrix}. \quad (8c)$$

При $|m| > 2$ все элементы матрицы (7) на оптической оси равны нулю.

Рассмотрим случаи наиболее просто реализуемых типов поляризации — линейной и круговой.

При линейной поляризации в отсутствие вихревой фазы ($m = 0$) поле (5) на оптической оси ($\rho = 0$) примет вид

$$\mathbf{E}_{m=0}(0,0,z) = -\frac{ik^2}{2}\begin{pmatrix}c_x\\c_y\\0\end{pmatrix}\times \times\int\limits_{\sigma_1}^{\sigma_2}\left[\int\limits_0^R E_0(r)J_0(kr\sigma)r\,dr\right]\exp\left(ikz\sqrt{1-\sigma^2}\right)\times \times\left[t_s(\sigma)+t_p(\sigma)\sqrt{1-\sigma^2}\right]\sigma\,d\sigma, \quad (9)$$

где $c_x$ и $c_y$ — коэффициенты поляризации падающего пучка.

Из формулы (9) видно, что на оптической оси формируются только поперечные компоненты поля, а продольная равна нулю. Если в поле имеется вихревая фаза первого порядка ($|m| = 1$), то поле (5) на оптической оси ($\rho = 0$) будет иметь следующий вид:

$$\mathbf{E}_{m=\pm1}(0,0,z) = -\frac{ik^2}{2}\begin{pmatrix}0\\0\\c_x \pm ic_y\end{pmatrix}\times \times\int\limits_{\sigma_1}^{\sigma_2}\left[\int\limits_0^R E_0(r)J_1(kr\sigma)r\,dr\right]\times \times\exp\left(ikz\sqrt{1-\sigma^2}\right)t_p(\sigma)\sigma^2 d\sigma, \quad (10)$$

т. е. присутствует только продольная компонента. При этом в условиях больших числовых апертур, когда $\sigma \to 1$, энергия на оптической оси будет максимальной.

Коэффициенты Френеля в условиях больших числовых апертур принимают следующие значения:

$$t_s(\sigma=1) = \frac{2}{1+(n_2/n_1)^2}, \quad t_p(\sigma=1) = \frac{n_1}{n_2},$$

которые увеличиваются с ростом показателя преломления оптического элемента по сравнению с показателем преломления окружающей среды.

Из (10) также следует, что при круговой поляризации ($c_y = \pm ic_x$) продольная компонента поля не будет исчезать на оптической оси, если направление круговой поляризации и вихревой фазы будут противоположными.

## 3. РАСЧЕТ ДИФРАКЦИИ ГАУССОВА ПУЧКА С РАЗЛИЧНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ НА ВЫСОКОАПЕРТУРНЫХ БИНАРНЫХ АКСИКОНАХ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Фазовый дифракционный аксикон имеет комплексную функцию пропускания следующего вида:

$$\tau(r) = \exp(ik\alpha_0 r), \tag{11}$$

где $\alpha_0$ — параметр, определяющий числовую апертуру аксикона $\mathrm{NA} = \alpha_0$. Рассмотрим высокоапертурные ($\alpha_0 = 0.95$) бинарные микроаксиконы вида

$$\tau_b(r) = \exp\left\{i \arg\left[\cos(k\alpha_0 r)\cos(m\varphi)\right]\right\}, \tag{12}$$

$$\tau_s(r) = \exp\left\{i \arg\left[\cos(k\alpha_0 r + m\varphi)\right]\right\} \tag{13}$$

для излучения в видимом диапазоне $\lambda = 0.532$ мкм, радиусом $R = 21\lambda$.

При $m = 0$ формулы (12) и (13) соответствуют осесимметричному аксикону, при $m = 1$ выражение (12) позволяет получить биаксикон, а выражение (13) — спиральный аксикон. В первой строке табл. 1 показаны фазы для трех типов бинарных аксиконов — осесимметричного, биаксикона и спирального.

Для функций пропускания вида (12) и (13) спектральное распределение для различных компонент сосредоточено на радиусе спектральных частот, пропорциональных параметру аксикона, т. е. $P_j(\sigma) \propto \propto \delta(\sigma - \alpha_0)$, где $\delta(\cdot)$ — дельта-функция. В этом случае распределение на оптической оси очень легко проанализировать.

При использовании осесимметричного аксикона ($m = 0$) интенсивность на оптической оси имеет одинаковое значение как для линейной, так и для круговой поляризации:

$$|\mathbf{E}_{m=0}|^2(0,0,z) = \\ = 0.25\left[t_s(\alpha_0) + t_p(\alpha_0)\sqrt{1-\alpha_0^2}\right]^2 \times \\ \times \alpha_0^2 \xrightarrow[\alpha_0 \to 1]{} 0.25 t_s^2(\alpha_0)\alpha_0^2. \tag{14}$$

При этом, как следует из (9), на оптической оси продольная компонента отсутствует. Результаты моделирования, иллюстрирующие эту ситуацию, приведены в первом столбце табл. 1.

Биаксикон содержит в своей структуре фазовые вихри первого порядка обоих знаков $m, |m| = 1$, и его действие для линейной поляризации можно определить, используя выражение (10):

$$|\mathbf{E}_{m=1}(0,0,z) + |\mathbf{E}_{m=-1}(0,0,z)|^2 = \left[t_p(\alpha_0)\alpha_0^2\right]^2 \times \\ \times \begin{cases} 1, & x\text{-линейная}, \\ 0.5, & xy\text{-линейная}, \\ 0, & y\text{-линейная}. \end{cases} \tag{15}$$

Таким образом, при линейной поляризации доля энергии на оптической оси зависит от ориентации биаксикона по отношению к плоскости поляризации. Вращая оптические элементы, можно регулировать значение интенсивности на оптической оси, которое полностью определяется продольной компонентой электрического поля. Данная ситуация иллюстрируется во втором столбце табл. 1.

При круговой поляризации в выражении (10) имеется зависимость от знака оптического вихря $\mathrm{sign}(m)$ и направления поляризации $\mathrm{sign}(p)$:

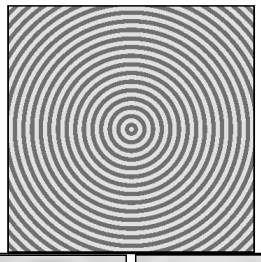
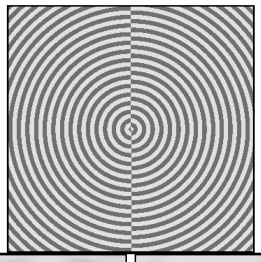
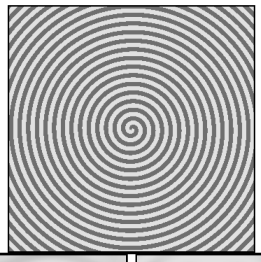
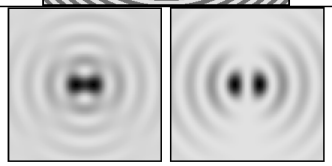
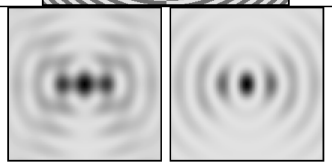
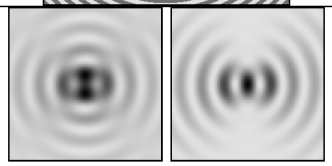
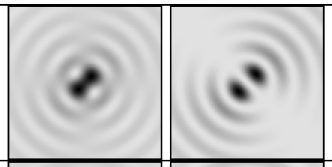
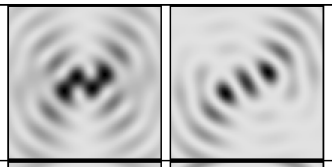
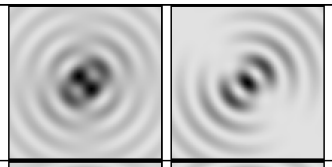
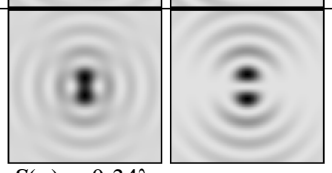
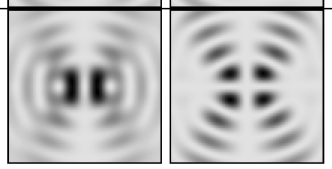
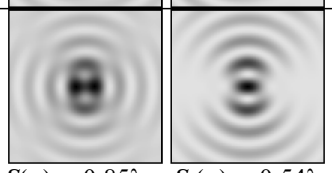
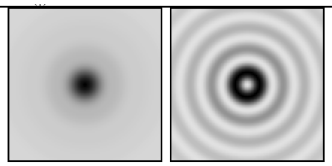
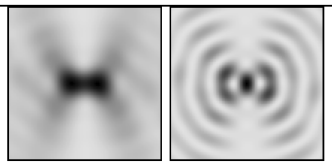
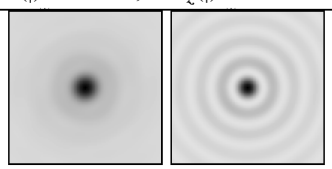
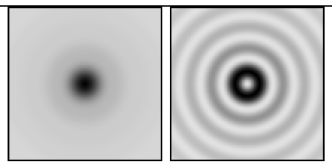
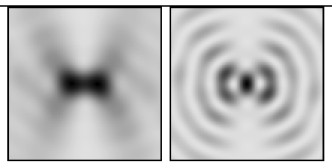
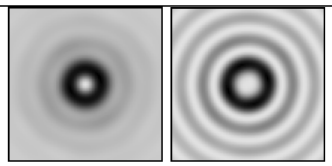
$$c_x + \mathrm{sign}(m) i\,(\mathrm{sign}(p) i c_x) = \\ = c_x\,(1 - \mathrm{sign}(m)\,\mathrm{sign}(p)) = \\ = \begin{cases} 0, & \mathrm{sign}(m) = \mathrm{sign}(p), \\ 2c_x, & \mathrm{sign}(m) \neq \mathrm{sign}(p). \end{cases} \tag{16}$$

Однако, поскольку в биаксиконе (12) присутствуют оптические вихри обоих знаков, результат не зависит от направления поляризации — на оптической оси всегда имеется ненулевое значение продольной компоненты.

Спиральный аксикон содержит только один оптический вихрь первого порядка, и вне зависимости от его знака для линейной поляризации на оптической оси будет формироваться продольная компонента. Это следует из анализа выражения (10) и показано на численных примерах в третьем столбце табл. 1. Для круговой поляризации из (16) следует зависимость распределения интенсивности от направления поляризации, что также отражено в третьем столбце табл. 1.

Заметим, что при использовании асимметричных аксиконов практически во всех случаях на оптической оси формируется продольная компонента поля, энергию которой можно варьировать либо за счет

**Таблица 1.** Результаты моделирования дифракции гауссова пучка с различной поляризацией на бинарных аксиконах: распределение интенсивности в поперечной плоскости на расстоянии 1.5 мкм от элемента

| Поляризация | Осесимметричный аксикон | Биаксикон | Спиральный аксикон |
|---|---|---|---|
| |  |  |  |
| *x*-линейная |  $S(-) = 0.87\lambda$, $S(\|) = 0.34\lambda$ |  $S(-) = 0.52\lambda$, $S_z(-) = 0.32\lambda$, $S(\|) = 0.5\lambda$, $S_z(\|) = 0.47\lambda$ |  $S(-) = 0.41\lambda$, $\mathbf{S_z(-) = 0.3\lambda}$, $S(\|) = 0.85\lambda$, $S_z(\|) = 0.54\lambda$ |
| *xy*-линейная |  |  |  |
| *y*-линейная |  $S(-) = 0.34\lambda$, $S(\|) = 0.87\lambda$ |  |  $S(-) = 0.85\lambda$, $S_z(-) = 0.54\lambda$, $S(\|) = 0.41\lambda$, $S_z(\|) = 0.3\lambda$ |
| Круговая “+” |  $S = 0.68\lambda$ |  $S(-) = 1.32\lambda$, $S_z(-) = 0.32\lambda$, $S(\|) = 0.54\lambda$, $S_z(\|) = 0.47\lambda$ |  $S = 0.54\lambda$, $S_z = 0.38\lambda$ |
| Круговая “–” |  $S = 0.68\lambda$ |  $S(-) = 1.32\lambda$, $S_z(-) = 0.32\lambda$, $S(\|) = 0.54\lambda$, $S_z(\|) = 0.47\lambda$ |  |

*Примечание.* Левое изображение в колонке соответствует $|\mathbf{E}|^2$, правое — $|E_z|^2$, размер изображений $4\lambda \times 4\lambda$, $S$ — размер светового пятна по уровню половины интенсивности вдоль направления поляризации.

вращения оптического элемента, либо за счет изменения направления поляризации излучения. Световое пятно, соответствующее продольной компоненте, во многих случаях имеет размер менее дифракционного предела хотя бы в одном из направлений.

Приведенные в данном разделе эффекты можно получать не только с помощью специальной структуры оптического элемента, но и меняя фазовую структуру самого лазерного пучка.

## 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ ОДНОРОДНО-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ГАУССОВЫХ ПУЧКОВ С СИНГУЛЯРНОЙ ФАЗОЙ НА ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ВЫСОКОАПЕРТУРНОМ БИНАРНОМ АКСИКОНЕ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА FDTD

Для моделирования дифракции различных пучков на аксиконе (12) использовался метод конечных разностей во временной области (FDTD), реализованный в программном пакете Meep [13]. Параметры моделирования: длина волны излучения $\lambda = 0.532$ мкм, радиус аксикона $R = 4.462\lambda$, числовая апертура $\mathrm{NA} = \alpha_0 = 0.95$. Размер расчетной области $x, y \in [-6.5\lambda, 6.5\lambda]$, $z \in [-6\lambda, 6\lambda]$. Толщина поглощающего слоя PML (полностью согласованные слои) равна $2\lambda$, шаг дискретизации по пространству — $\lambda/30$, шаг дискретизации по времени — $\lambda/60c$, где $c$ — скорость света. Толщина подложки аксикона равна $8\lambda$. Источник находится на расстоянии $2\lambda$ перед рельефом аксикона, внутри подложки. Показатель преломления аксикона и подложки, в которой выполнен бинарный рельеф вида (12), равен $n = 1.46$. В этом случае высота микрорельефа составляет

$$h = \frac{\lambda}{2(n-1)} \approx 1.087\lambda. \tag{17}$$

В отличие от разд. 3, теперь рассматривается формирование продольной компоненты на оптической оси не за счет асимметричной структуры аксикона, а вследствие фазовой сингулярности, которая присутствует в лазерных пучках, падающих на осесимметричный аксикон. Таким образом, кроме фундаментальной гауссовой моды были рассмотрены мода Гаусса–Эрмита (0,1), соответствующая действию биаксикона, и мода Гаусса–Лагерра (0,1), соответствующая действию спирального аксикона.

Моды Гаусса–Эрмита и Гаусса–Лагерра с точностью до масштаба можно считать модами свободного пространства. Моды Гаусса–Эрмита, распространяющиеся в свободном пространстве, могут быть представлены в виде [16]

$$GH_{nm}(x,y,z) = \frac{\sigma_0}{\sigma(z)} \exp(ikz) \times \\ \times \exp\left[i(n+m+1)\eta(z)\right] \times \\ \times \exp\left[\frac{i\pi(x^2+y^2)}{\lambda R(z)}\right] \exp\left[-\frac{x^2+y^2}{\sigma^2(z)}\right] \times \\ \times H_n\left(\frac{\sqrt{2}\,x}{\sigma(z)}\right) H_m\left(\frac{\sqrt{2}\,y}{\sigma(z)}\right), \tag{18}$$

где $\eta(z) = \mathrm{arctg}(z/z_0)$,

$$R(z) = z(1 + z_0^2/z^2)$$

— радиус кривизны параболического фронта светового поля,

$$\sigma(z) = \sigma_0\sqrt{1 + z^2/z_0^2}$$

— эффективный радиус пучка, $z_0 = \pi\sigma_0^2/\lambda$ — конфокальный параметр, $H_n(x)$ — полином Эрмита.

Распространение мод Гаусса–Лагерра в свободном пространстве описывается выражением [16]

$$GL_{nm}(r,\varphi,z) = \left(\frac{\sqrt{2}\,r}{\sigma(z)}\right)^{|m|} \exp(ikz) \times \\ \times \exp\left[-i\,(2n+|m|+1)\,\eta(z)\right] \times \\ \times \exp\left[\frac{i\pi r^2}{\lambda R(z)}\right] \exp\left[-\frac{r^2}{\sigma^2(z)}\right] \times \\ \times L_n^{|m|}\left(\frac{2r^2}{\sigma^2(z)}\right) \exp(im\varphi), \tag{19}$$

где $r^2 = x^2 + y^2$, $\varphi = \mathrm{arctg}(y/x)$, $L_n^m(x)$ — обобщенный многочлен Лагерра.

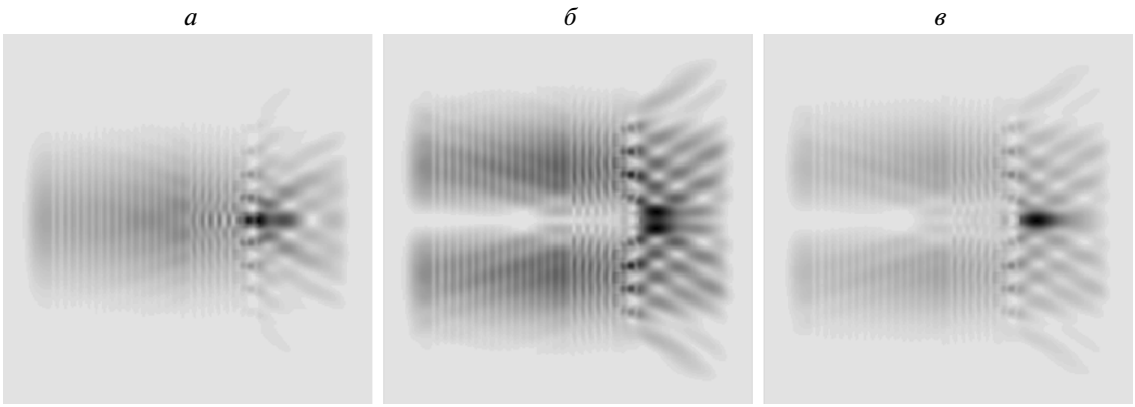
В данной работе рассмотрены три типа лазерных пучков, которые могут быть произведены в лазерных резонаторах и которые сохраняют свою структуру при распространении в свободном пространстве:

— фундаментальная гауссова мода

$$GS(x,y,z) = \frac{\sigma_0}{\sigma(z)} \exp\left[ikz - i\eta(z)\right] \times \\ \times \exp\left[\frac{i\pi(x^2+y^2)}{\lambda R(z)}\right] \exp\left[-\frac{x^2+y^2}{\sigma^2(z)}\right] \tag{20}$$

— мода Гаусса–Эрмита (0,1)

$$GH_{01}(x,y,z) = \frac{2\sqrt{2}\,\sigma_0 y}{\sigma^2(z)} \exp\left[ikz - 2i\eta(z)\right] \times \\ \times \exp\left[\frac{i\pi(x^2+y^2)}{\lambda R(z)}\right] \exp\left[-\frac{x^2+y^2}{\sigma^2(z)}\right] \tag{21}$$




Картина дифракции на бинарном аксиконе в плоскости $yz$ $[17\lambda \times 16\lambda]$: $а$ — гауссова пучка, $б$ — моды Гаусса – Эрмита $(0,1)$, $в$ — моды Гаусса – Лагерра $(0,1)$

— мода Гаусса – Лагерра (0,1)

$$GL_{01}(r,\varphi,z) = \frac{2\sqrt{2}\,r}{\sigma(z)} \exp\left[ikz - 2i\eta(z)\right] \times \\ \times \exp\left[\frac{i\pi r^2}{\lambda R(z)}\right] \exp\left[-\frac{r^2}{\sigma^2(z)}\right] \exp(i\varphi). \quad (22)$$

Распределение интенсивности этих пучков приведены в табл. 2 в первой строке. Примеры продольных картин дифракции пучков (20)–(22) на осесимметричном аксиконе показаны на рисунке.

В табл. 2 приведены поперечные сечения в плоскостях максимальной интенсивности для общего распределения и для продольной компоненты, а также размеры световых пятен по уровню половины интенсивности.

Отметим, что по абсолютному значению наилучший результат для размера светового пятна был получен в случае $xy$-линейной поляризации для моды Гаусса – Эрмита (0,1) в продольной компоненте вдоль направления 69° ($S = 0.42\lambda$). Для гауссова пучка оптимальными оказались линейные $x$- и $y$-поляризации ($S = 0.44\lambda$) в общей интенсивности. Для моды Гаусса – Лагерра (0,1) наилучший результат получен при линейных $x$- и $y$-поляризациях ($S = 0.43\lambda$) в продольной компоненте. Для данных случаев максимум находился на расстоянии не меньше $0.55\lambda$ от рельефа аксикона. Для фундаментальной гауссовой моды максимум находился очень близко к подложке, что не всегда удобно в приложениях.

В случае круговой поляризации наиболее компактное фокальное пятно было получено при наличии вихревой фазы, т. е. при использовании моды Гаусса – Лагерра (0,1). В продольной компоненте формируется практически круглое световое пятно ($S = 0.52\lambda$).

Таким образом, полученные результаты близки к приведенным в табл. 1, что доказывает аналогичность рассматриваемых ситуаций. Однако количественные оценки размеров формируемого светового пятна при использовании метода конечных разностей оказались несколько выше, чем предсказанные в разд. 3. Данное количественное расхождение связано с учетом реальных оптических характеристик. В частности, в работе [14] было показано, что усиление продольной компоненты и уменьшение размеров светового пятна может быть достигнуто увеличением показателя преломления материала оптического элемента.

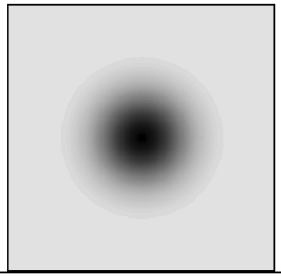
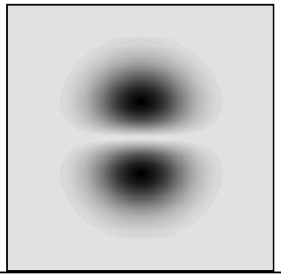
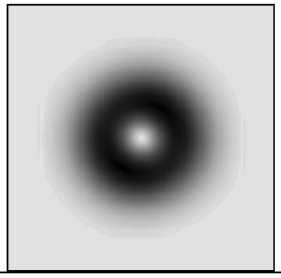
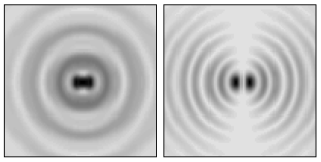
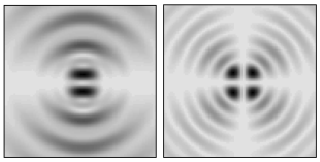
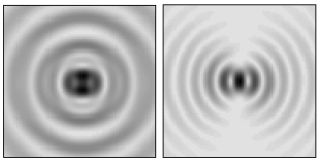
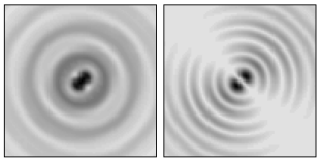
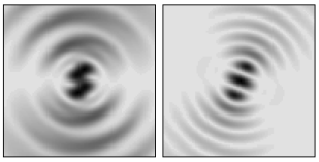
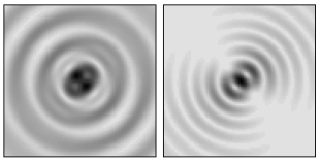
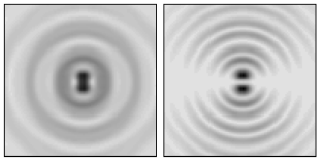
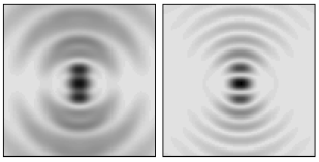
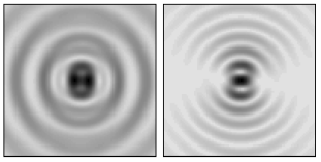
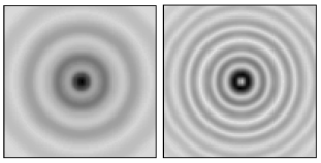
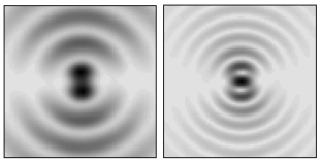
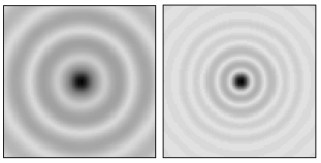
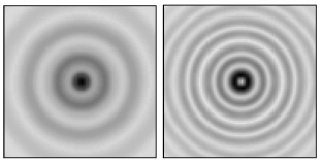
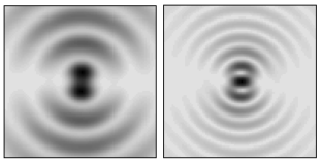
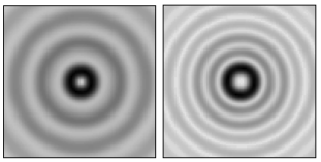
## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе на основе метода разложения по плоским волнам проведен теоретический анализ дифракции однородно поляризованных лазерных пучков с вихревой фазовой сингулярностью. Показано, что в условиях высокой числовой апертуры при этом на оптической оси формируется достаточно мощная продольная компонента электрического поля.

Численно продемонстрировано, что аналогичный эффект возникает при дифракции обычного гауссова пучка на асимметричных бинарных аксиконах с высокой числовой апертурой.

Численное моделирование, выполненное различными методами (на основе разложения по плоским волнам и с использованием конечных разностей), показывает качественное совпадение при небольших количественных расхождениях. Данное расхождение связано с учетом в методе конечных разностей реальных оптических характеристик, в том числе величины подложки оптического элемента.

**Таблица 2.** Распределения максимальной интенсивности в поперечной плоскости для общего распределения (левое изображение в колонке) и для продольной компоненты (правое), размер изображений $6\lambda \times 6\lambda$

| Поляризация | Фундаментальная гауссова мода | Мода Гаусса–Эрмита (0,1) | Мода Гаусса–Лагерра (0,1) |
|---|---|---|---|
| |  |  |  |
| *x*-линейная |  $S(-) = 0.87\lambda$, $S(\vert) = 0.44\lambda$, $S_z(\vert) = 0.58\lambda$ |  $S(-) = 1.23\lambda$ |  $S(-) = 1.485\lambda$, $S(\vert) = 1.047\lambda$, $S(-) = 0.435\lambda$, $S_z(\vert) = 0.744\lambda$ |
| *xy*-линейная |  $S(45°) = 0.89\lambda$, $S(135°) = 0.47\lambda$, $S_z(135°) = 0.63\lambda$ |  $S(45°) = 1.49\lambda$, $S(135°) = 1.07\lambda$, $\boldsymbol{S_z(69°) = 0.42\lambda}$, $S_z(159°) = 0.9\lambda$ |  $S(45°) = 1.50\lambda$, $S(135°) = 1.08\lambda$, $S_z(45°) = 0.46\lambda$, $S_z(135°) = 0.76\lambda$ |
| *y*-линейная |  $S(-) = 0.44\lambda$, $S(\vert) = 0.86\lambda$, $S_z(-) = 0.57\lambda$, |  $S(-) = 0.76\lambda$, $S(\vert) = 1.49\lambda$, $S_z(-) = 0.73\lambda$, $S_z(\vert) = 0.43\lambda$ |  $S(-) = 1.05\lambda$, $S(\vert) = 1.47\lambda$, $S_z(-) = 0.73\lambda$, $S_z(\vert) = 0.43\lambda$ |
| Круговая “+” |  $S = 0.73\lambda$ |  $S(-) = 0.78\lambda$, $S(\vert) = 1.41\lambda$, $S_z(-) = 0.73\lambda$, $S_z(\vert) = 0.43\lambda$ |  $S = 0.83\lambda$, $S_z = 0.52\lambda$ |
| Круговая “–” |  $S = 0.73\lambda$ |  $S(-) = 0.78\lambda$, $S(\vert) = 1.41\lambda$, $S_z(-) = 0.73\lambda$, $S_z(\vert) = 0.43\lambda$ |  |

В работе показано, что при линейной поляризации падающего на биаксикон излучения долю энергии на оптической оси, которая формируется за счет продольной компоненты электрического поля, можно регулировать при вращении оптического элемента. При круговой поляризации излучения картина дифракции на спиральном аксиконе (отсутствие или наличие на оптической оси интенсивности) зависит от направления поляризации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (соглашение № 8231), а также РФФИ (гранты № 13-07-00266 и 13-07-97004-р_поволжье_а).

## ЛИТЕРАТУРА


1. V. P. Kalosha, and I. Golub, Opt. Lett. **32**, 3540 (2007).
2. С. Н. Хонина, С. Г. Волотовский, Компьют. опт. **34**, 35 (2010).
3. Y. Zhang, L. Wang, and C. Zheng, J. Opt. Soc. Amer. A **22**, 2542 (2005).
4. T. Grosjean, F. Baida, and D. Courjon, Appl. Opt. **46**, 1994 (2007).
5. В. В. Котляр, С. С. Стафеев, Компьют. опт. **33**, 52 (2009).
6. С. Н. Хонина, А. В. Устинов, С. Г. Волотовский и др., Изв. Самарского научного центра РАН **12**, 15 (2010).
7. S. N. Khonina, N. L. Kazanskiy, A. V. Ustinov et al., J. Opt. Technol. **78**, 724 (2011).
8. Q. Zhan, Adv. Opt. Photon. **1**, 1457 (2009).
9. С. Н. Хонина, Компьют. опт. **34**, 461 (2010).
10. С. Н. Хонина, Д. А. Савельев, П. Г. Серафимович и др., Опт. ж. **79**, 22 (2012).
11. S. N. Khonina, D. V. Nesterenko, A. A. Morozov et al., Optical Memory and Neural Networks (Inf. Opt.) **21**, 17 (2012).
12. M. Mansuripur, J. Opt. Soc. Amer. A **6**, 786 (1989).
13. A. F. Oskooi, D. Roundy, M. Ibanescu et al., Comput. Phys. Comm. **181**, 687 (2010).
14. Д. А. Савельев, Изв. Самарского научного центра РАН **14**, 38 (2012).
15. R. K. Luneburg, *Mathematical Theory of Optics*, Univ. California Press, Berkeley, California (1964).
16. *Методы компьютерной оптики*, под ред. В. А. Сойфера, Физматлит, Москва (2003).