

# АПОДИЗАЦИЯ ЗРАЧКА ТЕЛЕСКОПА ДЛЯ ЗВЕЗДНОЙ КОРОНОГРАФИИ С ЦЕЛЬЮ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ЭКЗОПЛАНЕТ

*И. В. Шульгина\**, *А. В. Юдаев*, *И. А. Шашкова*, *А. В. Киселев*, *А. В. Тавров*

*Институт космических исследований Российской академии наук  
117997, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 5 июня 2025 г.,  
после переработки 17 июля 2025 г.  
Принята к публикации 18 июля 2025 г.

Для визуализации экзопланеты, пылевого (зодиакального) или протопланетного диска и других слабоконтрастных компонент астрономического изображения требуется ослабить дифракционный фон окрестности звезды. Высококонтрастные методы звездной коронографии, включая аподизацию функции пропускания телескопа, способны существенно ослабить фоновый компонент изображения яркого источника — звезды, в ее дифракционной окрестности. С помощью численного решения задачи дифракции были рассчитаны высококонтрастные изображения моделируемых родительской звезды и экзопланеты при вариации различных условий астрономического наблюдения. Варьировались типы аподизаций, контрасты, отношения световых потоков от звезды и планеты, видимый (оптически пространственно неразрешаемый) размер звезды, спектральный диапазон длин волн наблюдения, ошибки наведения телескопа и т. п. Предложены новые типы аподизации, в частности показано, что возможно и целесообразно применение одновременно двух типов аподизаций по фазе и амплитуде. Использовано гомеоморфное (эластичное) преобразование координат и показана перспектива поиска более эффективных аподизаций для получения высококонтрастного изображения.

**Ключевые слова:** прямое изображение экзопланет, методы высокого контраста, фазовая аподизация зрачка, телескоп, звездный коронограф

DOI: 10.31857/S3034641X26010011

## 1. ВВЕДЕНИЕ

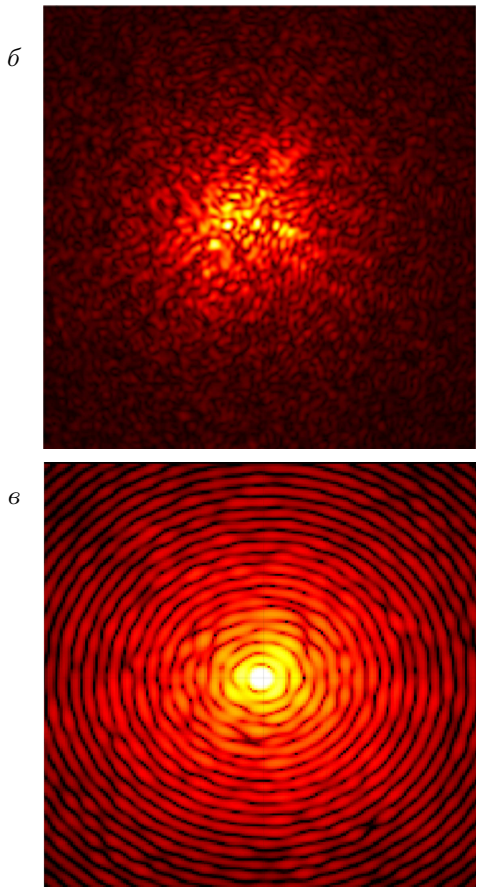
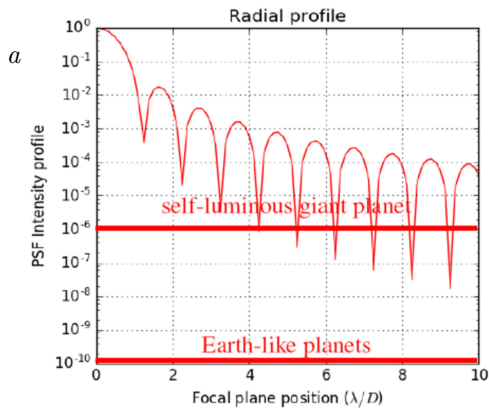
Прямое наблюдение экзопланет является актуальной задачей в развитии высококонтрастных астрономических наблюдений, ее успешное решение будет иметь большое значение в сравнительной планетологии [1, 2]. Высококонтрастное наблюдение экзопланет имеет преимущество в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах длин волн. Основная техническая сложность визуального наблюдения экзопланеты как слабого по яркости точечного источника вблизи родительской звезды — яркого не точечного источника, вызвана главным образом двумя причинами. Первая причина — это крылья аппаратной функции оптической системы телескопа (боковые лепестки или вторичные максимумы) функции рассеяния точки (ФРТ), вызванные дифракцией света на границе оптических элементов (аперту-

рах), что обуславливает фон звездного света, превышающего яркость экзопланеты, см. рис. 1а. Вторая причина — это качество оптики телескопа и оптических инструментов: абберации и микрошероховатости, турбулентный экран атмосферы для наземной астрономии, которые вызывают нерегулярное случайное рассеяние звездного света, так что изображение точечного источника имеет нерегулярную структуру, см. пример на рис. 1б. В монохроматическом приближении эта структура называется спекл-полем.

Важно получить практические решения для преодоления обозначенных выше причин. В случае отсутствия турбулентного атмосферного экрана на орбите космический внеатмосферный телескоп может обеспечить дифракционное качество оптики, так называемое дифракционно-ограниченное разрешение достигается при ошибке волнового фронта менее  $\sim \lambda/10$  @<sup>1)</sup>  $\lambda \approx 500$  нм (критерий Марешаля

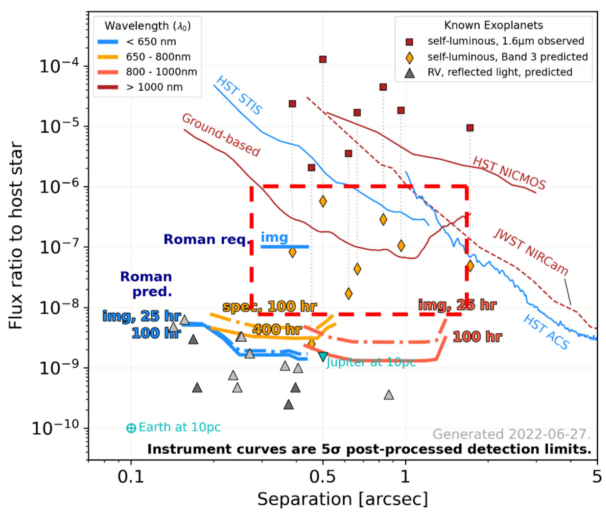
\* E-mail: shiv1910@mail.ru

<sup>1)</sup> Здесь и ниже символ @ означает «при условии».



**Рис. 1.** Виды ФРТ при монохроматическом освещении. а) Сечение идеальной (безабберационной) ФРТ звезды с относительными уровнями молодой неостывшей планеты и планеты земного типа. б) Случайная реализация ФРТ в режиме больших aberrаций  $\sim 20\lambda$ . в) Случайная реализация ФРТ в режиме малых aberrаций  $\sim \lambda/10$

$\sim \lambda/15$ ), например HST ( $\varnothing 2.4$  м) — УФ-телескоп им. Э. Хаббла. Реализация ФРТ с ошибкой волнового фронта (ВФ)  $\sim \lambda/10$  показана на рис. 1 в; она выглядит существенно лучше, чем на рис. 1 б, однако также требует коррекции ВФ для получения высококонтрастных изображений.



**Рис. 2.** Расчетные возможности визуализации экзопланет на телескопе НАСА им. Нэнси Роман (инструмент CGI Nancy Roman) [4] среди современных инструментов и известных планет. Область в штриховом прямоугольнике показывает применимость аподизаций, описываемых в настоящей работе

Коррекция ошибок ВФ для оптики космического телескопа сейчас конструируется для телескопа им. Нэнси Роман (Nancy Roman) [3] посредством передовой адаптивной оптики с использованием нескольких последовательных деформируемых зеркал и датчиков волнового фронта. Сначала с помощью системы адаптивной оптики осуществляются измерение и коррекция волнового фронта, тем самым улучшается необходимое качество волнового фронта (лучше, чем  $\lambda/100$ ). Далее световой поток направляется на коронограф, работающий по принципу масочного коронографа Лео и аподизации. Поэтому поиск возможных решений для уменьшения фона дифракционно рассеянного света при хорошо скорректированном ВФ ( $\lambda/1000$ ) может быть выделен в отдельную задачу, настоящая работа имеет цель показать несколько новых решений аподизации.

Требования по уровню контраста указаны в планируемой (на 2027 г.) миссии NASA — космического телескопа  $\varnothing 2.4$  м им. Нэнси Роман, которая ставит одну из целей реализуемого проекта — поиск и исследования экзопланет методом прямого изображения (direct imaging) [3]. На диаграмме рис. 2 [4, 5] приведены целевые контрасты изображения в единицах отношения светового потока планеты и звезды в зависимости от углового астроцентрического расстояния между ними (в долях секунды дуги). Видно, что Земля (как экзопланета) светит в

$10^{-10}$  раз слабее родительской звезды (Солнца) и наблюдается на 0.1 угл. секунды, что соответствует удалению системы от наблюдателя на расстояние 10 пк. Линиями показаны предельные контрасты инструментов телескопа им. Хаббла (HST) и телескопа им. Дж. Вебба (JWST). Указаны расчетные времена экспозиций для режимов изображения (img) и спектрографа (spec) телескопа им. Н. Роман. Красным штриховым прямоугольником показана область применимости аподизаций, обсуждаемых в настоящей работе [4].

Таким образом, достижение контраста изображения  $10^{-7}$ – $10^{-8}$  (raw contrast) на астронцентрическом расстоянии менее 0.5 угл. секунды телескопом метрового класса 0.5–2 м ( $\sim 2.5$ – $10\lambda/D$  @  $\lambda \approx 500$  нм) представляется полезным улучшением существующих в настоящее время методов. Для увеличения контраста еще на два порядка обычно применяют разностные (дифференциальные) методики: angular differential imaging (ADI), spectral differential imaging (SDI) и др. [6]. В качестве потенциальных проектов отечественных телескопов можно рассмотреть Спектр УФ  $\varnothing 1.7$  м [7] и телескоп фотометрической миссии МГУ  $\varnothing 0.4$ – $0.6$  м [8].

Кратко опишем основные методы и методики получения высококонтрастного изображения в астрономии применительно к задаче получения прямого изображения экзопланет. *Высококонтрастные* инструменты астрономии, например, звездные коронографы [1], нуль-интерферометры [9] (Braggwell interferometer), специальные аподизации [10] в совокупности с адаптивной оптикой [5] применяются для уменьшения фона в окрестности изображения звезды, что снижает огромный яркостный контраст между родительской звездой и планетой для возможности фотодетектирования планеты за приемлемое время экспозиции.

Принцип работы классического масочного звездного коронографа Лио [11] обеспечивается оптической системой: телескоп фокусирует свет звезды (и планеты) вначале не на камеру поля, а на фокальную маску, перекрывающую преимущественно дифракционное изображение звезды в главном максимуме ФРТ и не перекрывающую дифракционное изображение планеты (главный максимум ФРТ) из-за углового смещения планеты, наблюдаемой на астронцентрическом расстоянии. Рассеянный свет от дифракции на крае фокальной маски ослабляют последующей диафрагмой Лио, установленной в плоскости, оптически сопряженной со зрачковой плоскостью телескопа. Альтернативными или дополнительными схемами масочного коронографа являют-

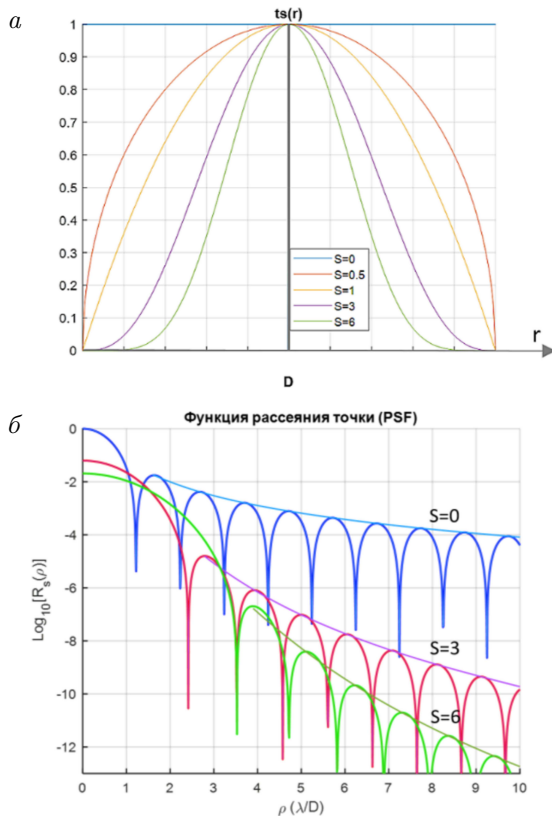
ся интерференционный коронограф [12, 13], а также различные модификации пропускания фокальной и зрачковой масок, фактически являющиеся аподизациями [14].

Коронограф ослабляет компонент изображения звезды на всей плоскости изображения (где эффективно скорректирован ВФ). Аподизация перераспределяет, «перемещает» яркий компонент изображения звезды из области, где наблюдают экзопланету, тем самым ослабляя фон звезды.

В простейшем случае, без фокальной маски коронографа, аподизация реализует зональное (*пространственно-переменное*) пропускание зрачковой плоскости телескопа и решает задачу снижения дифракционного фона в некоторой области изображения.

Известно, что двумерное распределение электромагнитного поля от зрачковой плоскости к фокальной плоскости (плоскости изображения) математически является прямым фурье-преобразованием [15]. Общеизвестно, что результат фурье-преобразования критически чувствителен к границе интегрируемой области, как к геометрической границе, так и к функции пропускания вблизи края. Суть аподизации — это изменение геометрической границы зрачковой плоскости (см. разд. 2.3) или изменение пропускания, например, сглаживание резкого пропускания края оптического элемента. Применяя специальные методики, изменяют пропускание зрачковой плоскости по амплитуде и/или по фазе (или более редко по поляризации), чтобы минимизировать влияние звездного света на изображение планеты.

Некоторое время назад технологии практической реализации аподизации были очень дорогостоящими и не прецизионными (согласно требованиям расчетов), аподизации выполнялись оптическими стеклами с нанесенным покрытием с зональной структурой. Оптическое преобразование Фурье накладывает жесткие требования к распределению амплитудного и фазового пропусканий, что было сложно реализовать на практике, на основе покрытий. Многие решения аподизации оставались только в расчетах из-за их практической нереализуемости. Сейчас две технологии, цифровые голограммы (computer-generated hologram, CGH) [15] и пространственные модуляторы света (spatial light modulator, SLM) [16, 17], становятся альтернативными по отношению к дорогостоящим аподизационным покрытиям. Обе технологии реализуют более  $10^6$  управляемых пикселей на апертуру с размером пикселя менее 6 мкм и (для SLM) глубиной модуляции  $2^8$ – $2^{16}$  бит.



**Рис. 3.** Аподизация Сонина: радиальные пропускания для различных  $s$  (а) и соответствующие им радиальные сечения ФРТ (б)

Так, в публикациях [18, 19], посвященных коррекции ВФ для коронографии, показаны методики фазовой и фазоамплитудной коррекций с помощью SLM. После проведения коррекции ВФ возможно переключение SLM с наложением зональных распределений в соответствии с требованиями аподизации.

Переходя далее к описанию и классификации аподизаций, следует заметить, что среди существующих решений аподизаций преимущественными являются возможные гладкие решения, так как аподизации со многими разрывами фазовой функции вызывают нежелательное и плохо контролируемое рассеяние света.

## 2. НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕРЫ АПОДИЗАЦИИ ЗРАЧКОВОЙ ПЛОСКОСТИ ТЕЛЕСКОПА ДЛЯ ЗВЕЗДНОЙ КОРОНОГРАФИИ

### 2.1. Амплитудная аподизация

Как было отмечено во Введении, аподизация в коронографии представляет собой процесс модификации функции пропускания оптической системы.

Фильтр зонального пропускания по интенсивности или по фазе обычно устанавливают во вторичном зрачке — в плоскости, оптически сопряженной с первой зрачковой плоскостью телескопа, в которой размещено главное зеркало телескопа. Цели аподизации могут быть различные, мы ограничиваемся задачей ослабления боковых лепестков ФРТ дифракционной картины. Аподизация приобретает важную функцию для улучшения контраста изображений и для возможности визуализации слабозаметных компонентов изображения — слабых источников света, таких как экзопланеты [1, 2].

Существует много методов аподизации, общая теория построения аподизаций наиболее полно рассмотрена в [20]. Аподизации имеют свои преимущества и недостатки.

*Амплитудная аподизация* наглядно проиллюстрирована на примере полиномов (аподизации) Сонина [14].

Амплитудная аподизация изменяет интенсивность оптического сигнала зонально в плоскости зрачка, сглаживая резкое пропускание края, и физически реализована светофильтром с заданной радиальной функцией коэффициента пропускания.

В изображении, при условии теоретически идеального ВФ, коронографы способны полностью погасить свет точечного источника, расположенного на оси коронографа, и незначительно ослабить свет внеосевого источника (планеты). Однако степень ослабления света звезды снижается, если учесть *видимый* угловой размер звезды.

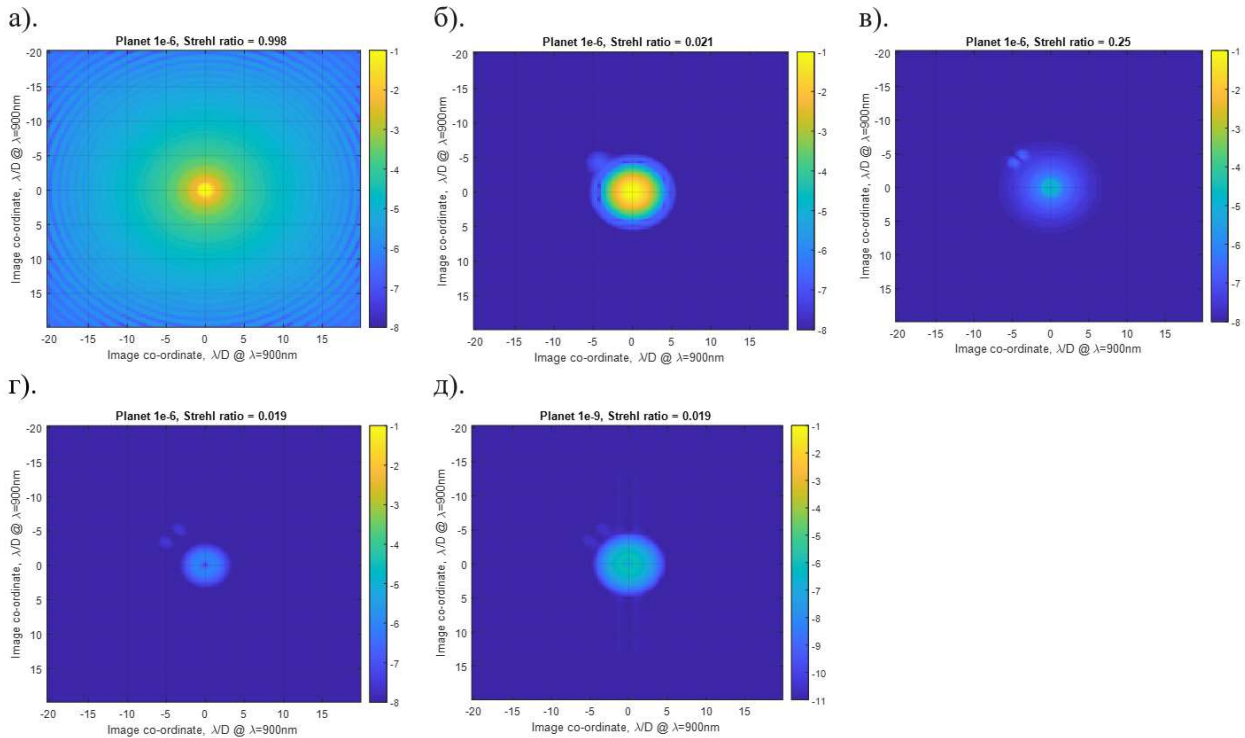
Видимый угловой диаметр звезды оптически не разрешим и, для примера, составляет для звезды солнечного типа, удаленной на 10 пк, приблизительно 2 угл. миллисекунды. Телескоп  $\varnothing$  1 м наблюдает этот размер как  $1/50 \lambda/D @ \lambda \approx 500$  нм, что в 50 раз меньше предела дифракционно ограниченного разрешения телескопа.

Одним из возможных решений для снижения зависимости от видимого размера звезды является применение амплитудной аподизации, например аподизации Сонина [14]: в зрачковой плоскости распределение коэффициента пропускания по радиусу  $r$  круглой апертуры зрачка диаметром  $D$  может быть записано формулой

$$t(r) = t_s(r) = (1 - 4r^2/D^2)^s, \quad (1)$$

где  $s$  — степень полинома (может быть дробной), определяющая *силу* аподизации.

На рис. 3 цветом показаны зональные радиальные пропускания зрачковой плоскости  $t_s$  для неко-



**Рис. 4.** Визуализация планеты со светимостью  $10^{-6}$  на  $6\lambda/D$  рядом с родительской солнцеподобной звездой без и при помощи аподизации и коронографа на расстоянии 10 пк телескопом  $\varnothing 2$  м,  $\lambda = 500\text{--}900$  нм: а) без аподизации, без коронографа; б) — с аподизацией (Сонина  $s = 6$ ), без коронографа; в) с коронографом (интерферометр вращательного сдвига ИВС  $-15^\circ$  [12]), без аподизации; г) с аподизацией и с коронографом (ИВС  $-15^\circ$ ); д) так же, как г, но планета имеет относительный контраст  $10^{-9}$

торых значений степени полинома  $s = 0, 0.5, 1, 3, 6$ , а также соответствующие им ФРТ в фокальной плоскости телескопа.

Как можно видеть на рис. 3, при увеличении степени  $s$  полинома (1), определяющего аподизацию, ширина главного максимума ФРТ увеличивается, очевидно, за счет энергии крыльев (вторичных максимумов), которые приобретают меньшую интенсивность. Уширение главного максимума ФРТ уменьшает пространственное разрешение. Так, согласно критерию пространственного разрешения Рэля (для дифракционно ограниченного изображения), разрешение  $\Delta r \approx 1.2\lambda/D$  для «неаподизированной» ФРТ ( $s = 0$ ), при  $s = 6$  разрешение  $\Delta r \geq 3.5\lambda/D$  определяется полушириной главного максимума. Одновременно с этим энергия  $R_s(r = 0)$  в центре главного максимума снижается (согласно (14) из [14]),

$$R_s(0) = \frac{R_{s=0}(0)}{(1+s)^2},$$

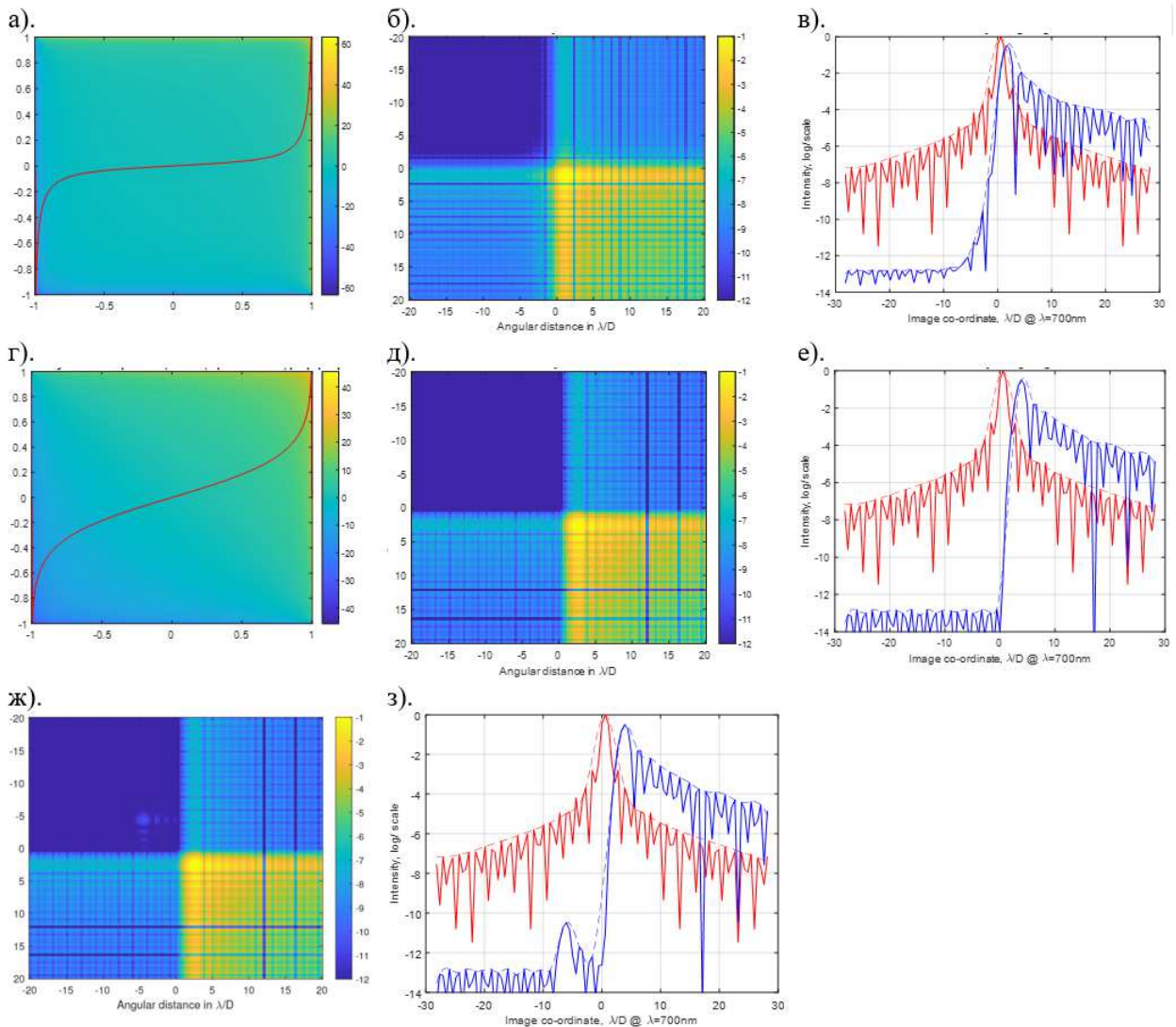
что может быть оценено числом Штреля  $St$ , показывающим потери света в результате фильтрации пропускания:

$$St = \frac{R_s(0)}{R_0(0)} = \frac{1}{(1+s)^2}. \quad (2)$$

Так, при  $s = 6$  регистрируется около 2% излучения, что, очевидно, непрактично.

В качестве полезного свойства при использовании аподизации Сонина для задачи звездной коронографии покажем возможности визуализации планеты на астроцентрическом расстоянии  $4\text{--}5\lambda/D$  у звезды размером  $0.04\lambda/D$  (Солнце на 10 пк, телескоп  $\varnothing 2$  м,  $\lambda = 500$  нм) в диапазоне длин волн  $500\text{--}900$  нм. На рис. 4 показаны изображения: без аподизации и без коронографа (а), с аподизацией Сонина ( $s = 6$ ) без коронографа (б), с коронографом без аподизации (в), с коронографом и с аподизацией ( $s = 6$ ) (г).

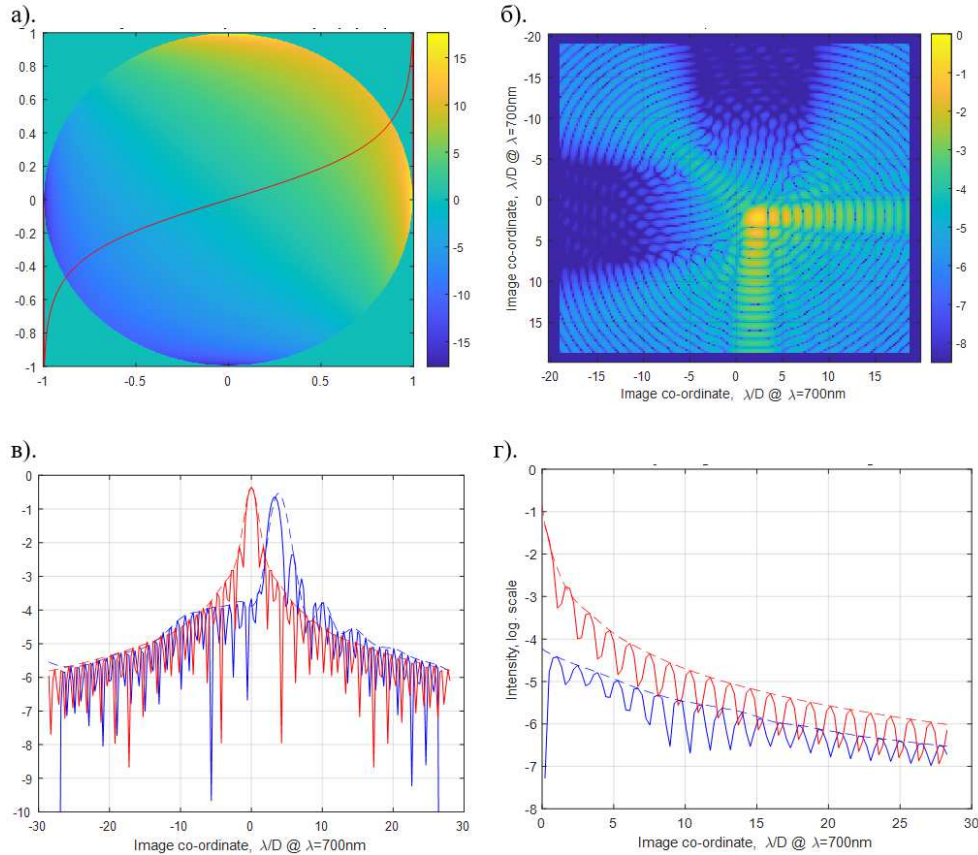
Расчеты соответствуют наблюдению на телескопе  $\varnothing 2$  м солнцеподобной звезды и планеты на астроцентрическом расстоянии  $6\lambda/D$  со светимостью  $10^{-6}$  от светимости Солнца с расстояния 10 пк от наблюдателя. Расчеты коронографических изображений выполнялись в программе MatLab в пакете Prorer [21] (предназначенном для расчета высококонтрастных астрономических изображений).



**Рис. 5.** Аподизации квадратной апертуры телескопа и соответствующие им ФРТ и изображение пары звезда–планета, удаленной на 10 пк, наблюдаемой телескопом  $1 \times 1 \text{ м}^2$  на длине волны  $\lambda = 500 \text{ нм}$ . а) Аподизация  $\Phi_1(x, y)$ , красная кривая — горизонтальное сечение, согласно (5). б) Фокальное изображение при аподизации  $\Phi_1(x, y)$ . в) Диагональное сечение (по главной диагонали) фокального изображения б с аподизацией  $\Phi_1(x, y)$ . г) Аподизация  $\Phi_2(x, y)$ , красная кривая — горизонтальное сечение. д) Фокальное изображение при аподизации  $\Phi_2(x, y)$ . е) Диагональное сечение (по главной диагонали) фокального изображения д с аподизацией  $\Phi_2(x, y)$ . ж,з) Дифракционные изображения и диагональное сечение с аподизацией  $\Phi_2(x, y)$  для звезды и планеты, наблюдаемой на астрокентрическом расстоянии  $10 \lambda/D$  с контрастом  $10^{-10}$  от светимости звезды

Как можно видеть на рис. 4, вначале без коронографа и без аподизации планета визуально не видна (а). При использовании только аподизации планета едва различима на дифракционно рассеянном фоне звезды (б). При использовании только коронографа (в) изображение звезды не полностью ослаблено вследствие конечного размера звезды, и планета и ее копия (удвоенная ФРТ) наблюдаются на непогашенном фоне звезды. Наконец, при примене-

нии одновременно и аподизации Сонина ( $s = 6$ ), и коронографа (ИВС  $-15^\circ$  [12]) удвоенная ФРТ планеты значительно превышает фон звезды. Последнее замечание показывает возможность в дальнейшем рассмотреть максимально приближенный к реалистичному  $10^{-9}$  относительный контраст планеты и звезды, что визуально может быть наблюдаемо при одновременном применении аподизации Сонина ( $s = 6$ ) и коронографа (ИВС  $-15^\circ$ ), см. рис. 4 д.



**Рис. 6.** Фазовая аподизация, согласно (б), ограниченная окружностью круглой апертуры (вписанной в квадратную). а) Распределение аподизации по зрачку, цветом показана фаза в радианах, красная линия — горизонтальное сечение. б) ФРТ. в) Диагональные сечения ФРТ и огибающие: синяя кривая — с аподизацией, красная кривая — без аподизации. г) Сечение ФРТ, усредненное по азимуту внутри прямоугольного сектора слева сверху, и огибающие: синяя кривая — с аподизацией, красная кривая — без аподизации

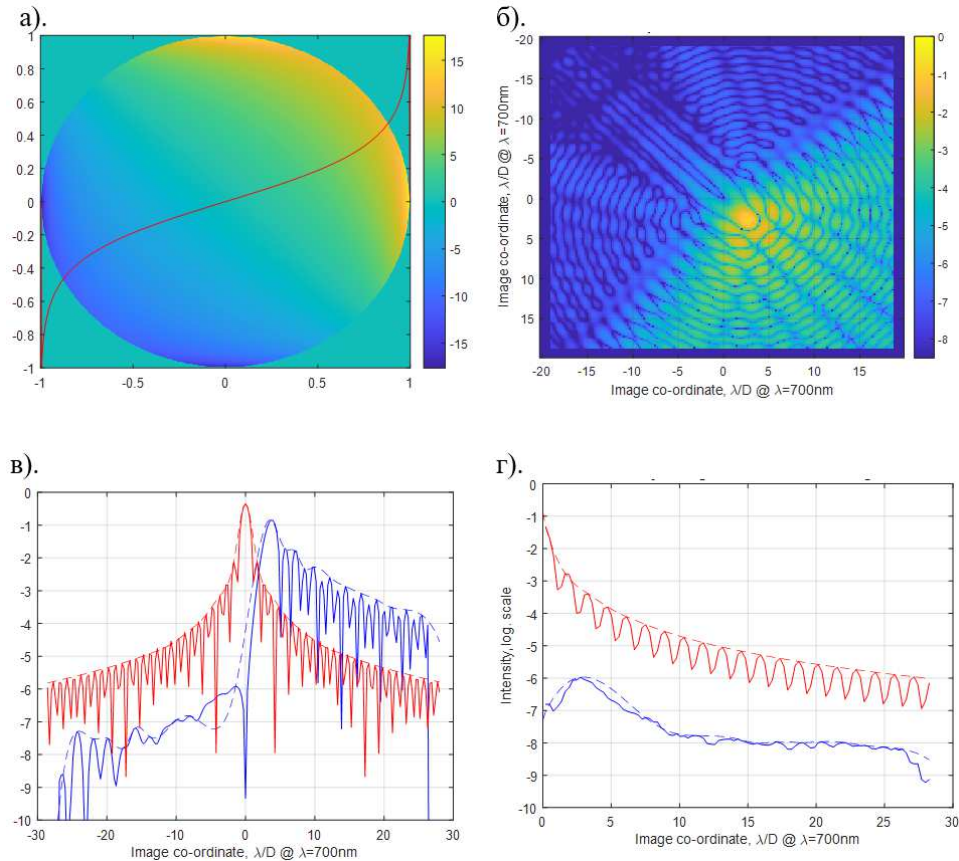
В качестве промежуточного вывода отметим, что амплитудная аподизация способна увеличить визуальный контраст экзопланеты, однако является недопустимо энергетически затратной. Так, в случае, показанном на рис. 4 г, только аподизация уменьшила пропускание сигнала планеты примерно в 50 раз ( $s = 6$ ).

## 2.2. Фазо-индуцированная амплитудная аподизация

С целью уменьшения энергетических потерь амплитудной аподизации и для улучшения контраста и разрешения в [22] предложен комплекс практических методик, названных в многочисленных публикациях «фазо-индуцированной амплитудной аподизацией» (phase-induced amplitude apodization, PIAA). Поясним название: вначале тренд создания аподизаций был исключительно амплитудным, про-

диктованным главным образом авторитетным, но временным постулатом о «невозможности аподизации фазовой пластиной в зрачковой плоскости» («impossibility of apodizing by a pupil phase plate» [20]). Поэтому фазовые методы начинали использовать с осторожностью. Суть PIAA заключалась в перераспределении плотности лучей «существенно» асферической оптикой (парой асферических зеркал), так что зонально в зрачке формировали профиль модуля комплексной амплитуды (или интенсивности) согласно расчетной модели.

В результате такого «аподизационного» преобразования на вход внутреннего коронографа направляли электромагнитную волну с промежуточной ФРТ, качественно похожей на аподизацию Солина при  $s = 6$ , см. рис. 3 (зеленые кривые). Промежуточная ФРТ PIAA имеет радиально уширенную, по сравнению с длиной волны, область главного максимума. Поэтому масочный коронограф посред-



**Рис. 7.** Фазовая аподизация, согласно (6), с гомеоморфным преобразованием координат, согласно (11). а) Распределение аподизации по зрачку, цветом показана фаза в радианах, красная линия — горизонтальное сечение. б) ФРТ. в) Диагональные сечения ФРТ и огибающие: синяя кривая — с аподизацией, красная кривая — без аподизации. г) Сечение ФРТ, усредненное по азимуту внутри прямоугольного сектора слева сверху, и огибающие: синяя кривая — с аподизацией, красная кривая — без аподизации

ством фокальной маски экранировал область главного максимума, но имел пониженные уровни дифракции (в сравнении с коронографами) без аподизации, что приводило к более эффективному ослаблению дифракционного фона звезды до уровней контраста  $10^{-9}$ – $10^{-10}$  на астроцентрическом удалении  $\sim 2\lambda/D$ .

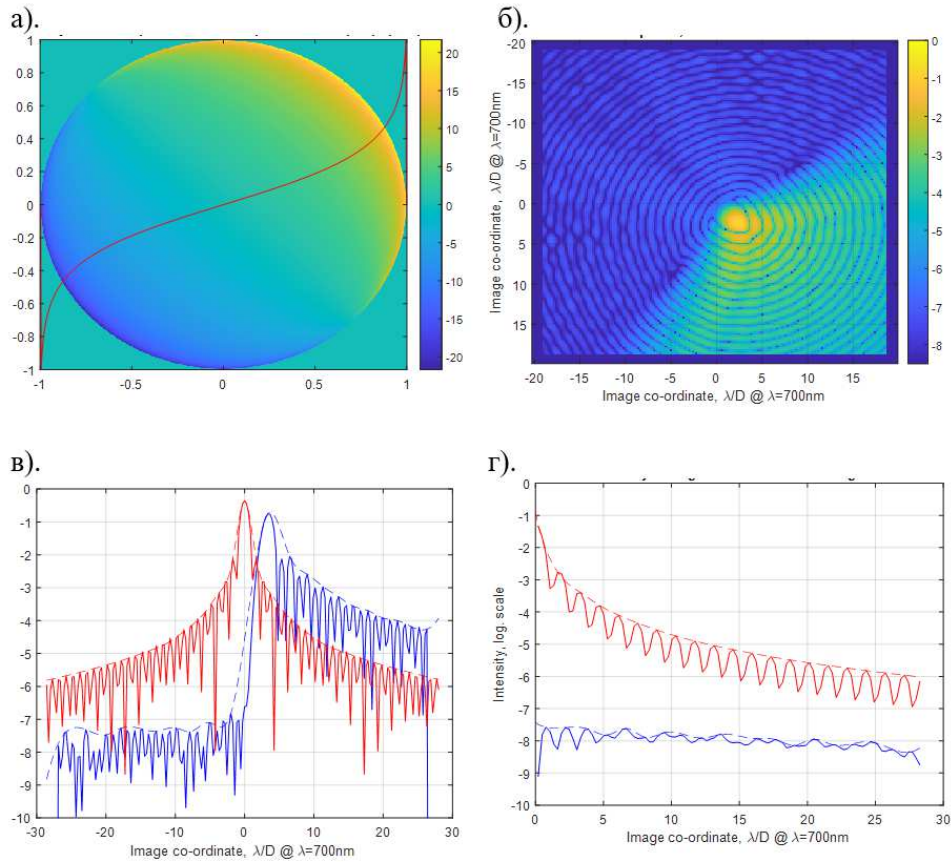
В контексте сказанного выше отметим, что поскольку промежуточная ФРТ после РІАА имеет двух-трехкратное уширение, изображающие свойства такой оптической системы характеризуются пониженным пространственным разрешением и «размазанной» концентрацией энергии, благодаря уширению главного максимума ФРТ. Отметим, что РІАА была выполнена с помощью фазового преобразования, которое физически обратимо фазовым преобразованием с противоположным знаком. Таким образом, критерии пространственного разрешения и концентрации энергии предполагалось восста-

новить с помощью обратного фазового преобразования после коронографа.

РІАА долгое время рассматривали в качестве основного кандидата для постановки в космический телескоп WFIRST [23,24], позже Nancy Roman. По-видимому, сложность практической реализации РІАА явилась причиной отсутствия этого метода в актуальной версии телескопа.

### 2.3. Аподизации при помощи изменения формы зрачка

Для полного списка основных методов аподизации следует хотя бы кратко упомянуть методы изменения формы зрачка с бинарным (0 или 1) пропуском. В англоязычных публикациях возможен поиск аббревиатуры APLC (apodized pupil Lyot coronagraph). В этой связи информативной публикацией является [25], с примерами расчета аподи-



**Рис. 8.** Фазовая аподизация, согласно (6), с гомеоморфным преобразованием координат, согласно (12). а) Распределение аподизации по зрчку, цветом показана фаза в радианах, красная линия — горизонтальное сечение. б) ФРТ. в) Диагональные сечения ФРТ и огибающие: синяя кривая — с аподизацией, красная кривая — без аподизации. г) Сечение ФРТ, усредненное по азимуту внутри прямоугольного сектора слева сверху, и огибающие: синяя кривая — с аподизацией, красная кривая — без аподизации

заций за счет изменения формы апертуры зрчка, работающих совместно с коронографом Лио. Применение APLC реализуется на космическом телескопе им. Нэнси Роман. Практическое применение метода APLC уже реализовано на космическом телескопе им. Дж. Вебба JWST [26]. Методы APLC эффективны в особенности для сложных сегментированных апертур (зеркал) телескопа, они позволяют совместить коронографы с необычными апертурами. Различные особенности аподизационных методик APLC описаны в серии работ [27–31]. Следует заметить, что аподизации за счет изменения формы апертуры являются вспомогательными к коронографическому методу.

#### 2.4. Фазовая аподизация зрчка

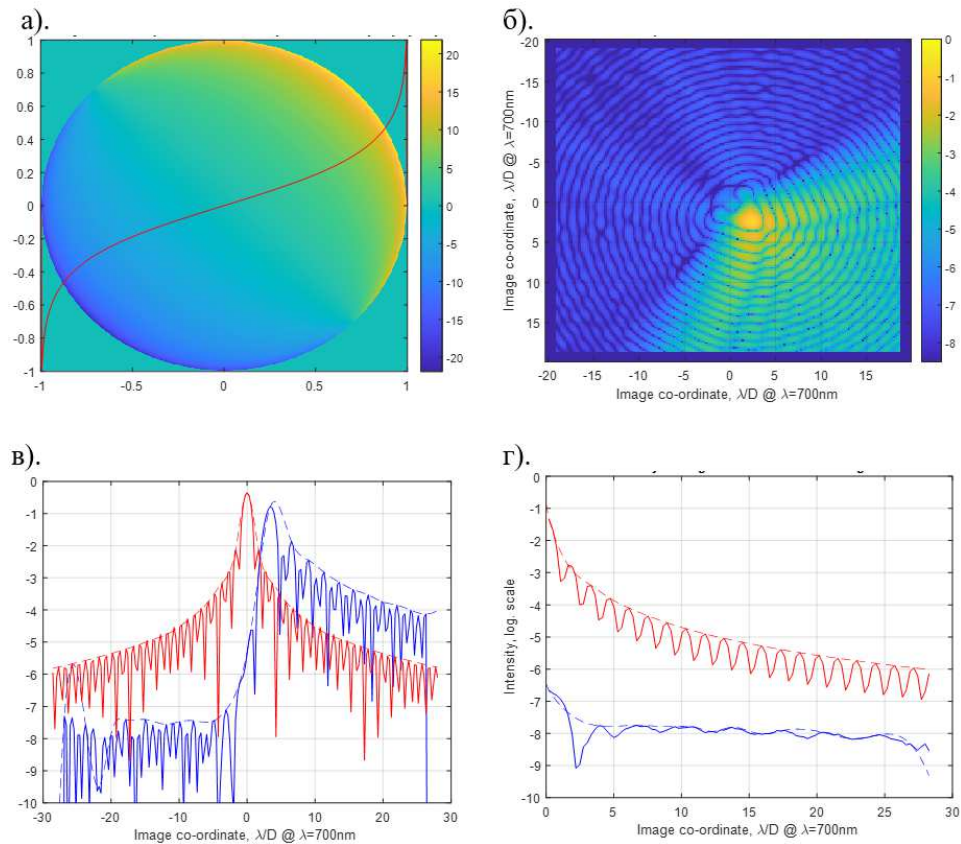
Для целей коронографии фазовая аподизация зрчка была предложена в серии работ [32–34] для

модификации формы ФРТ квадратной апертуры, а также сравнительно недавно с применением более сложных решений негладкими функциями [35]. Функционально негладкие решения вызывают увеличенную долю рассеянного света.

В [32] приведен ряд полезных свойств фазовой аподизации несимметричной формы. Так, в частности, для квадратной апертуры (гипотетического телескопа с квадратным зеркалом) предложены несколько функций для расчета аподизации. Наиболее высококонтрастные аподизации до  $10^{-13}$  работают на астроцентрическом расстоянии, превышающем  $5\lambda/D$ , их образуют из функций  $\Phi_1(x)$  и  $\Phi_2(x)$  от линейной координаты зрчковой плоскости  $x$ :

$$\Phi_1(x) = \alpha \operatorname{tg}((0.5 - \varepsilon) \cdot 2\pi x/D), \quad (3)$$

$$\Phi_2(x) = \alpha \ln \left( \frac{1 + \varepsilon + 2x/D}{1 + \varepsilon - 2x/D} \right), \quad (4)$$



**Рис. 9.** Фазовая аподизация, согласно (6), с гомеоморфным преобразованием координат, согласно (13). а) Распределение аподизации по зрачку, цветом показана фаза в радианах, красная линия — горизонтальное сечение. б) ФРТ. в) Диагональные сечения ФРТ и огибающие: синяя кривая — с аподизацией, красная кривая — без аподизации. г) Сечение ФРТ, усредненное по азимуту внутри прямоугольного сектора слева сверху, и огибающие: синяя кривая — с аподизацией, красная кривая — без аподизации

**Таблица.** Аподизации для прямого наблюдения экзопланет, рассмотренные в работе

Тип аподизации	Преимущества	Недостатки	Применение
Амплитудная (полиномы Сонина)	Эффективность, простота реализации	Большая потеря полезного света	Для симметричного зрачка, для интерференционного коронографа с вращательным сдвигом 180° [13,14]
Фазовая	Сохранение основной части световой энергии, возможно обратное фазовое преобразование, простота реализации	Несимметричный зрачок, эффективно для квадратной апертуры (для круглой апертуры предложено гомеоморфное преобразование координат)	В наземном телескопе добавление комы [36]
Фазо-индуцированная амплитудная	Более эффективное ослабление дифракционного фона звезды	Сложность практической реализации	Первоначально планировалась в телескопе им. Нэнси Роман [23]
Изменение формы зрачка	Подходит для сегментированных апертур	Невысокая степень ослабления фоновой засветки звезды	Реализована на телескопе им. Нэнси Роман [23–25] и на телескопе им. Дж. Вебба [27]
Фазо-амплитудная	Более эффективное погашение фоновой засветки от звезды, в отличие от (только) фазовой аподизации	Неизвестны	Не применялась

при  $\alpha = 1$  и  $\varepsilon = 0.005$  для (3) и  $\alpha = 3$  и  $\varepsilon = 0.001$  для (4), где  $D$  — линейный размер квадратного зеркала.

Расширения функций  $\Phi_1(x, y)$  и  $\Phi_2(x, y)$  с учетом перпендикулярной ( $y$ ) координаты имеют вид

$$\Phi_1(x, y) = \alpha \left[ \alpha \operatorname{tg}((0.5 - \varepsilon) \cdot 2\pi x/D) + \operatorname{tg}((0.5 - \varepsilon) \cdot 2\pi y/D) \right], \quad (5)$$

$$\Phi_2(x, y) = \alpha \ln \left\{ \frac{(1 + \varepsilon + 2x/D)(1 + \varepsilon + 2y/D)}{(1 + \varepsilon - 2x/D)(1 + \varepsilon - 2y/D)} \right\}. \quad (6)$$

Двумерные распределения фазы  $\Phi_1(x, y)$  и  $\Phi_2(x, y)$  в *квадратной* зрачковой плоскости показаны на рис. 5 а и 5 г соответственно, красные кривые — горизонтальные сечения. На рис. 5 б, в, д, е приведены рассчитанные соответствующие ФРТ и их диагональные сечения (по главной диагонали). Для  $\Phi_2(x, y)$  приведены смоделированные изображения пары звезда–планета, наблюдаемые телескопом с квадратной апертурой для звезды диаметром  $0.04 \lambda/D$  в диапазоне длин волн 500–900 нм, планета имеет контраст  $10^{-10}$  на астроцентрическом расстоянии  $10 \lambda/D$  (рис. 5 ж, з).

Кратко проанализируем смоделированные изображения, приведенные на рис. 5. Видно, что при отсутствии коронографа осевой компонент изображения звезды не ослаблен, а зонально перераспределен по энергии (по интенсивности), в основном в правый нижний квадрант. Интенсивность дифракционного фона в левом верхнем квадранте не превышает  $10^{-12}$ , см. синюю кривую по сравнению с красной кривой без аподизации. Соответствующие диагональные сечения (сверху вниз, слева направо) показывают надежную визуализацию экзопланеты (земного типа с контрастом  $10^{-10}$ ) по локальному максимуму сигнала, совпадающему с положением на моделируемом астроцентрическом удалении планеты.

Таким образом, в результате только аподизации по фазе квадратной зрачковой плоскости телескопа было предложено коронографическое погашение ФРТ в секторе более  $90^\circ$  с *рекордным* контрастом  $10^{-12}$  на астроцентрическом расстоянии  $5\text{--}10 \lambda/D$ , с уровнем рассеяния света 0.5 в максимуме ФРТ.

К сожалению, практика применения телескопа с квадратным по форме зеркалом (или зрачком) не развита, в частности, не проработан процесс коррекции волнового фронта в такой оптической системе. В следующем разделе мы покажем возможность и характеристики реализации фазовой аподизации для круглой апертуры.

С методической целью в таблице приведен обобщенный список рассмотренных аподизаций с их

главными характеристиками и практическим применением (по публикациям).

### 3. ЭЛАСТИЧНОЕ (ГОМЕОМОРФНОЕ) ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КООРДИНАТ ДЛЯ РАСЧЕТА КРУГОВОЙ АПЕРТУРЫ

Оптическое преобразование распределения комплексной амплитуды из зрачковой плоскости  $\{x', y'\}$ , где осуществляют аподизацию  $A(x', y')$ , в плоскость изображения (фокальную плоскость,  $F$  — фокусное расстояние)  $\{x, y, z = F\}$ , где размещают фотоприемную матрицу — камеру поля, описывает интегральное преобразование Фурье  $\hat{f}\{\dots\}$  [15]:

$$U(x, y, z) = \frac{e^{ikz} e^{\frac{ik(x^2+y^2)}{2z}}}{i\lambda z} \iint_{\text{Aperture}} A(x', y') \times \exp \left\{ \frac{ik}{z} (x'^2 + y'^2) \right\} dx' dy' = \quad (7)$$

$$= \hat{f}\{A(x', y')\}_{f_x, f_y}. \quad (8)$$

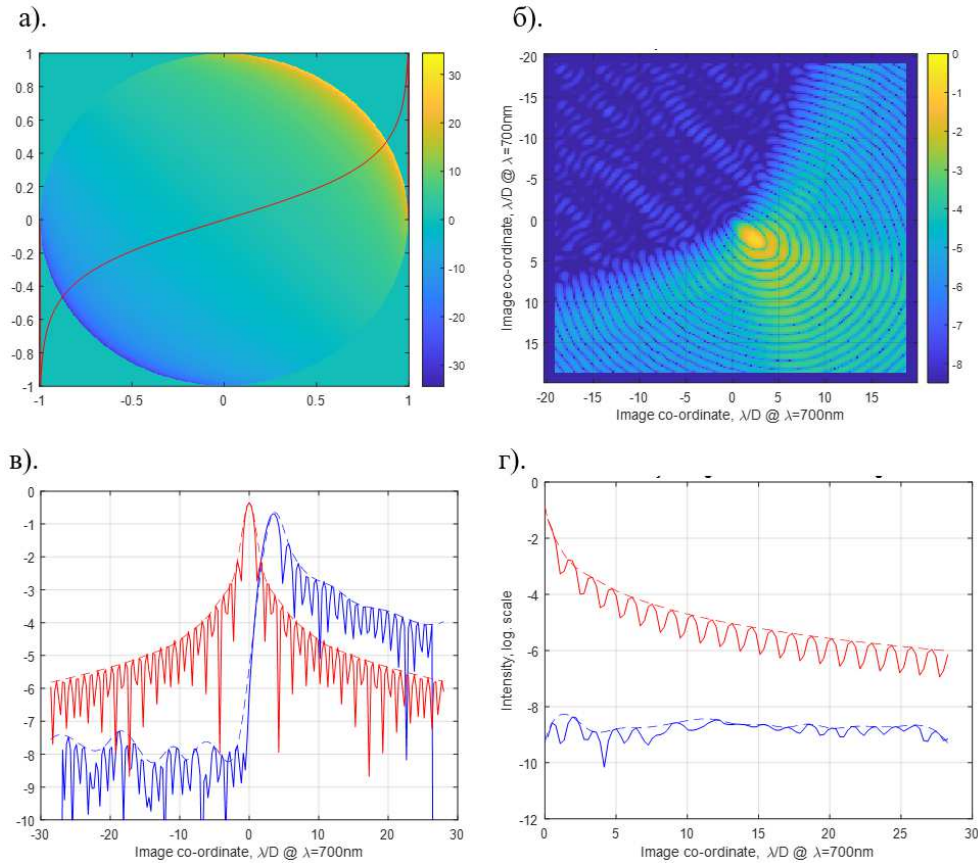
Для  $z \neq F$  электрическое поле  $U(x, y, z)$  описывает интеграл Френеля

$$U(x, y, z) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \iint_{\text{Aperture}} A(x', y') \times \exp \left\{ \frac{ik}{2z} [(x - x')^2 + (y - y')^2] \right\} dx' dy'. \quad (9)$$

Отличие квадратной и круглой апертур телескопа — по сути разные границы интегрирования (границы Aperture), приводящие к разным ФРТ — соответствующим разным *формам* источников света: квадратному или круглому.

Сравним «диагональные» сечения ФРТ в случаях квадратной и круглой (по форме) оптики телескопа, соответственно, рис. 5 в, красный цвет и рис. 6 в, красный цвет. Сравнивая эти сечения, можно заметить, что фоновый сигнал от крыльев (вторичных максимумов) этих ФРТ различен, например, применительно к рассматриваемой задаче, на *астроцентрическом* расстоянии  $5\lambda/D$  сигналы показывают фоновые яркости  $\sim 10^{-5}$  и  $\sim 10^{-4}$ , а на *астроцентрическом* расстоянии  $15\lambda/D$  сигналы показывают яркости  $\sim 10^{-6.5}$  и  $\sim 10^{-5}$ , их отношение достигает 1–1.5 порядка. Этим объясняется рекордно высокий контраст аподизации  $10^{-12}$  для квадратного по форме зрачка и его отсутствие для круглой апертуры.

Действительно, если применить фазовую аподизацию  $\Phi_2(x, y)$  согласно (6) *примитивным* образом,



**Рис. 10.** Фазовая аподизация, согласно (6), с гомеоморфным преобразованием координат, согласно (14). а) Распределение аподизации по зрачку, цветом показана фаза в радианах, красная линия — горизонтальное сечение. б) ФРТ. в) Диагональные сечения ФРТ и огибающие: синяя кривая — с аподизацией, красная кривая — без аподизации. г) Сечение ФРТ, усредненное по азимуту внутри прямоугольного сектора слева сверху, и огибающие: синяя кривая — с аподизацией, красная кривая — без аподизации

например, вписав круглую апертуру в распределение фазы (6), подобно окружности (или кругу), вписанной в квадрат, то, как можно видеть на рис. 6, остаточный фон боковых лепестков ФРТ имеет интенсивность (по-прежнему)  $\sim 10^{-4}$  на астроцентрическом удалении  $r \in [5...10] \lambda/D$ , т.е. нет эффекта ослабления фона, аподизация не работает.

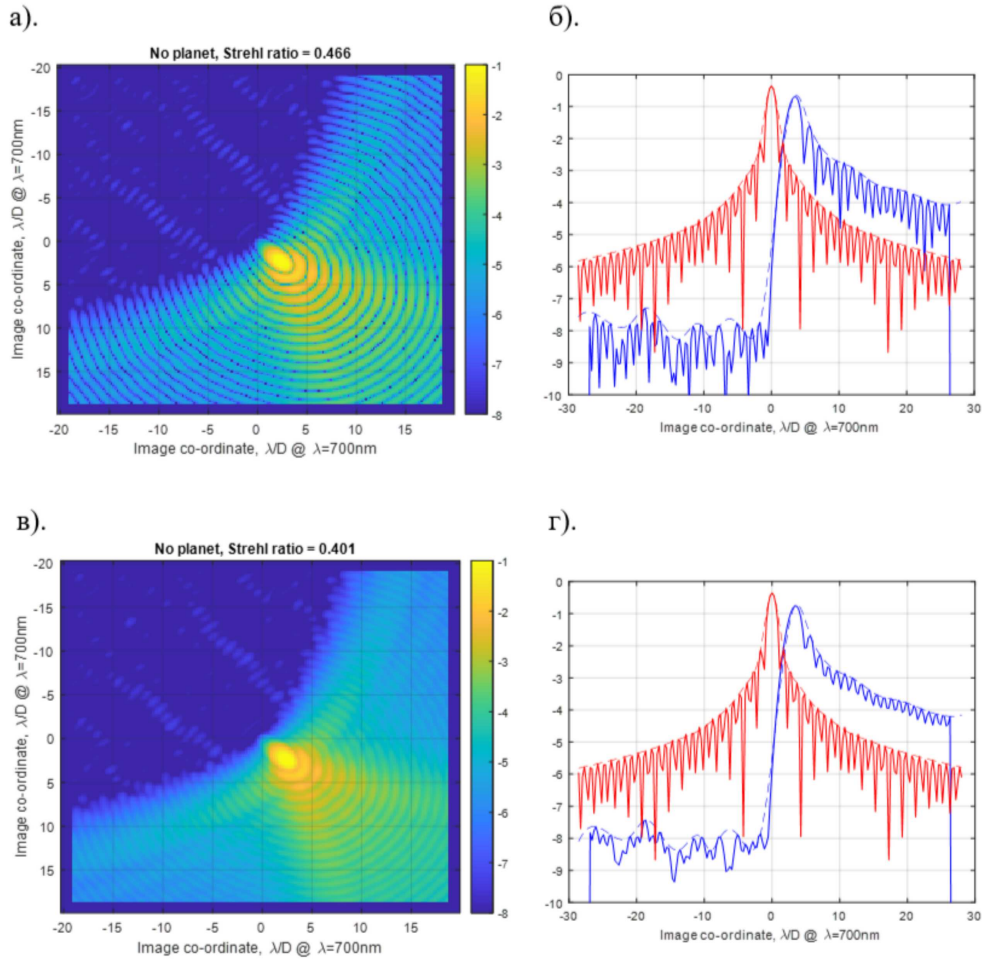
При преобразовании декартовых координат  $\{x, y\} \in \square$  (на плоскости квадратной апертуры) в декартовые координаты  $\{u, v\} \in \circ$  (на плоскости круглой апертуры) для фазовой аподизации зрачковой плоскости (показано на рис. 6) имеем

$$\begin{aligned} u = x, \sqrt{x^2 + y^2} \leq 1; \quad u = 0, \sqrt{x^2 + y^2} > 1; \\ v = y, \sqrt{x^2 + y^2} \leq 1; \quad v = 0, \sqrt{x^2 + y^2} > 1. \end{aligned} \quad (10)$$

Видно, что прямоугольный верхний левый сектор ФРТ (рис. 6 б) имеет некоторые области, где дифракционный фон ослаблен. При сравнении ФРТ

с аподизацией, согласно (6), и ФРТ без аподизации (на рис. 6 в соответственно синяя и красная линии) в зональной области  $\sim 5\lambda/D$  заметен небольшой эффект ослабления дифракционного фона. Об этом свидетельствует сравнение радиальных сечений ФРТ, усредненных по азимуту внутри сектора  $90^\circ$  (слева сверху), показанных на рис. 6 г. Эффект не превышает один порядок по интенсивности.

Альтернативой *примитивному* преобразованию координат (10) является использование гомеоморфного «эластичного» преобразования координат, переводящего квадрат в круг [37], например, «метод концентрической карты» (concentric map). Согласно [38] это преобразование характеризуется равноплощадным свойством, т.е. если представить квадратный зрачок растром меньших по площади квадратов, где через каждый квадрат проходят лучи (в представлении геометрической оптики), то в круге сохранено число лучей и приблизительно равнове-



**Рис. 11.** Эффекты конечного размера звезды диаметром  $0.04\lambda/D$  (а,б),  $0.2\lambda/D$  (в,г) при фазовой аподизации (б), (14). а,в) ФРТ. б,г) Диагональные сечения ФРТ и огибающие: синяя кривая — с аподизацией, красная кривая — без аподизации

ликая площадь на каждый луч.

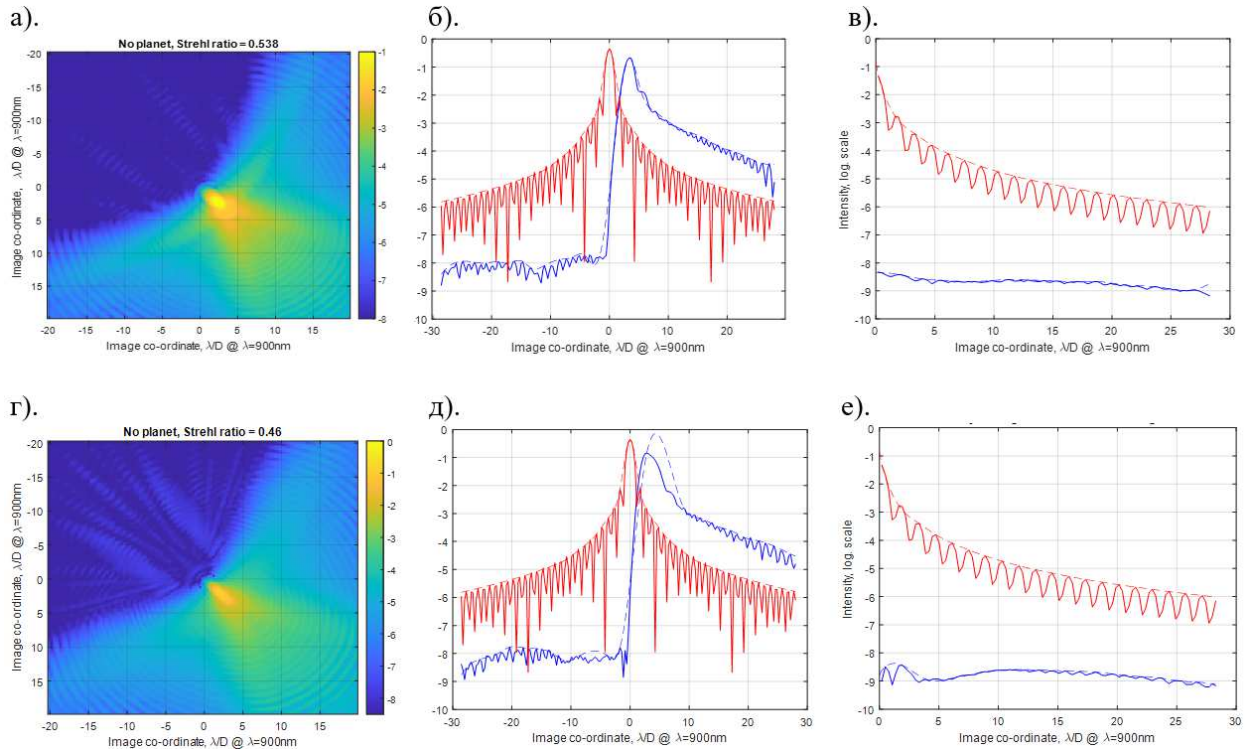
Преобразование декартовых координат  $\{x, y\} \in \square$  на плоскости квадратной апертуры в декартовые координаты  $\{u, v\} \in \bigcirc$  на плоскости круглой апертуры по формулам

$$\begin{aligned}
 r = x, \quad \varphi = \frac{\pi y}{4x}, \quad \text{если } |x| > |y|; \\
 r = y, \quad \varphi = \frac{\pi}{4} \left( 2 - \frac{x}{y} \right), \quad \text{если } |x| < |y|; \\
 r = -x, \quad \varphi = \frac{\pi}{4} \left( 4 + \frac{y}{x} \right), \quad \text{если } |x| \geq |y|; \\
 r = -y, \quad \varphi = \frac{\pi}{4} \left( 6 - \frac{x}{y} \right), \quad \text{если } x = y = 0; \\
 u = r \cos(\varphi), \quad v = r \sin(\varphi)
 \end{aligned} \tag{11}$$

с приблизительным сохранением площади для фазовой аподизации зрчковой плоскости показано на рис. 7.

Здесь, в отличие от предыдущего случая, при сравнении рис. 6 и 7 видно, что аподизация (б) совместно с гомеоморфным преобразованием координат (11) дает уже заметное ослабление дифракционного фона на астроцентрическом удалении  $3-20\lambda/D$ , по крайней мере, на два порядка по интенсивности, следует сравнивать огибающие диагональных сечений ФРТ, показанные штриховыми линиями (рис. 7 в). Усредненное по азимуту сечение показывает ослабление в среднем на три порядка по интенсивности (рис. 7 г).

Рассмотрим еще несколько обладающих другими свойствами [37] вариантов эластичного (или гомеоморфного) преобразования декартовых координат  $\{x, y\} \in \square$  на плоскости квадратной апертуры в декартовые координаты  $\{u, v\} \in \bigcirc$  на плоскости круглой апертуры:



**Рис. 12.** К учету спектрального диапазона наблюдения. а–в) Дисперсия профилированного отражательного фазового фильтра, г–е) дисперсия профилированного показателя преломления (пространственного ЖК-модулятора). Эффекты конечного размера звезды диаметром  $0.04\lambda/D$ , наблюдаемой с 10 пк на телескопе 2 м

$$u = x\sqrt{1 - \frac{y^2}{2}}, \quad v = y\sqrt{1 - \frac{x^2}{2}}; \quad (12)$$

$$u = \frac{x\sqrt{x^2 + y^2 - x^2y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad v = \frac{y\sqrt{x^2 + y^2 - x^2y^2}}{\sqrt{x^2y^2}}; \quad (13)$$

$$u = x\sqrt{\frac{1 - y^2}{1 - x^2y^2}}, \quad v = y\sqrt{\frac{1 - x^2}{1 - x^2y^2}}. \quad (14)$$

Результаты построения ФРТ с фазовой аподизацией (6) зрачковой плоскости показаны на рис. 8–10.

При сравнении рис. 8–10 различных известных в литературе гомеоморфных преобразований квадрата в круг, примененных для задачи фазовой аподизации дифракционного фона, видно, что наилучший результат демонстрирует преобразование координат (14), см. рис. 10, с остаточным фоном на уровне  $10^{-8}$  и ниже.

В качестве промежуточного вывода следует отметить возможность дальнейшей оптимизации решений аподизаций, в частности, поиском преобразований (6) и (14) в соответствии с физическими задачами дифракции Фраунгофера (интегральное преобразование Френеля) (7), (8) или дифракции Френеля (9), при установке пространственного модуля-

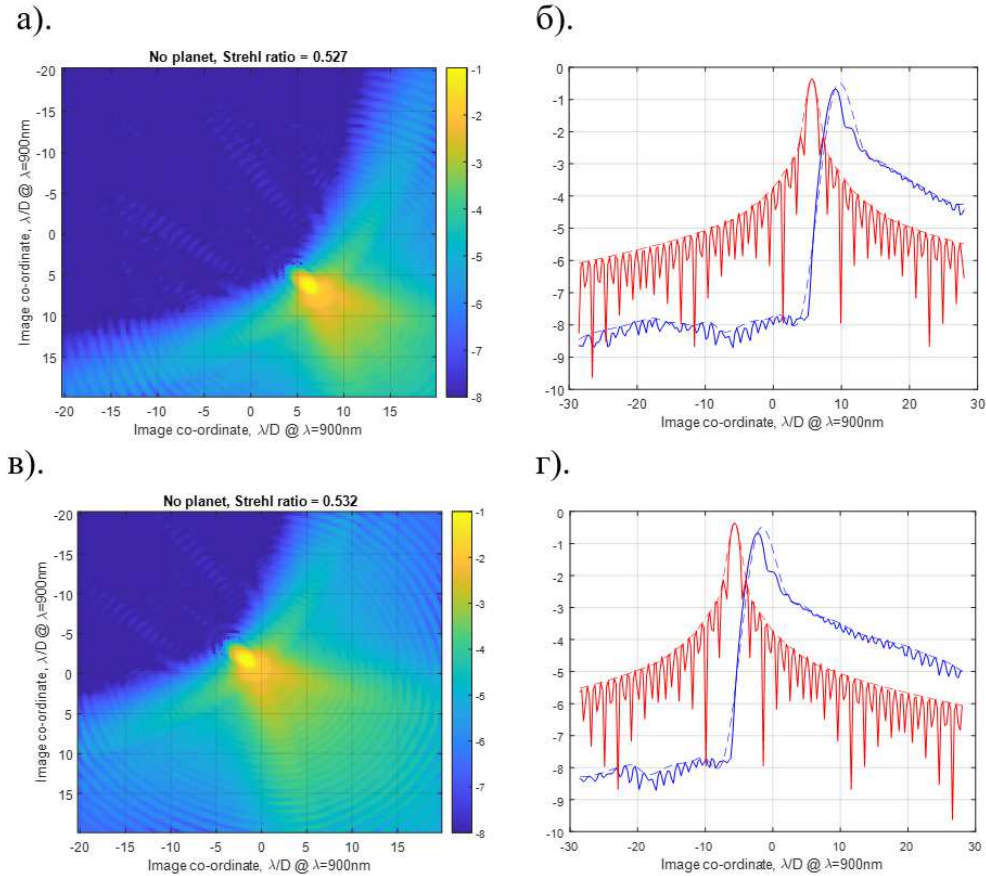
тора в зрачковую или промежуточную оптическую плоскость.

Изучим далее полученный результат аподизации (6) с гомеоморфным преобразованием (14) (рис. 10), разрешающий контраст лучше  $10^{-7}$ , но учтем различные физические факторы задачи наблюдения экзопланеты в окрестности родительской звезды.

#### 4. СВОЙСТВА ФАЗОВОЙ АПОДИЗАЦИИ С ГОМЕОМОРФНЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ КООРДИНАТ

##### 4.1. Видимый размер звезды

Изучим изменение ФРТ (с аподизацией согласно (6), (14)) при учете видимого диаметра звезды. На рис. 11 а, б видимый размер звезды составлял  $0.04\lambda/D$ , что соответствует наблюдению родительской звезды солнечного типа на расстоянии 10 пк телескопом диаметром 2 м на длине волны 500 нм. По сравнению с точечным звездным источником (см. рис. 10) ФРТ не показывает каких-либо видимых отличий.



**Рис. 13.** К учету ошибки гидирования телескопа. *а,б)* ФРТ и диагональные сечения ФРТ и огибающие: синяя кривая — с аподизацией, красная кривая — без аподизации для ошибки  $+4\lambda/D$ ; *в,г)* ФРТ и диагональные сечения ФРТ и огибающие: синяя кривая — с аподизацией, красная кривая — без аподизации для ошибки  $-4\lambda/D$

Мы увеличивали размер звезды до нереалистичного значения  $0.2\lambda/D$  (например, наблюдая звезду солнечного типа, но телескопом диаметром 20 м), результат показан на рис. 11 *в, г*, где видны эффекты «смазывания колец Эйри» из-за размера звезды, но уровень ослабления интенсивности не ухудшился, см. синюю штриховую линию огибающей в левой половине рис. 11 *г*.

В качестве промежуточного вывода отметим, что реалистичный размер звезды практически не изменяет ФРТ телескопа с предложенной фазовой аподизацией.

#### 4.2. Полихроматический диапазон длин волн

Будем усложнять условия применения аподизации (согласно (6), (14)), добавляя к учету размера звезды ( $\varnothing 0.04\lambda/D$  — Солнце на 10 пк, телескоп 2 м,  $\lambda = 500$  нм) учет полихроматического диапазона 500–900 нм длин волн.

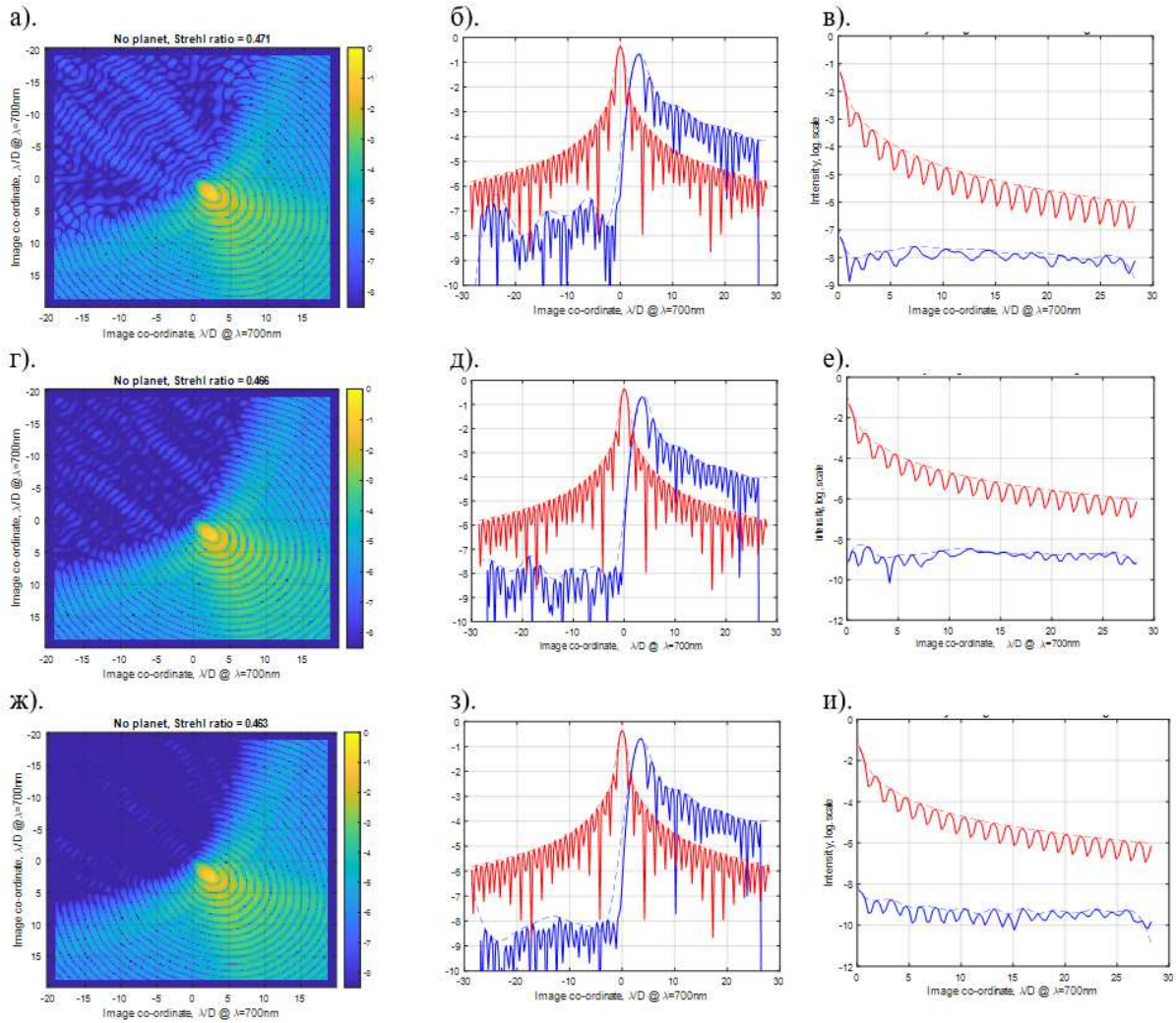
Дисперсия фазового фильтра может быть рассмотрена на двух моделях, «отражения» и «преломления».

Модель «отражения» предполагает фазовый фильтр в виде зеркальной поверхности с профилем высоты, изменяющимся в соответствии с фазовой функцией аподизации, где волновое число  $k = 2\pi/\lambda$  переводит профиль поверхности  $h(x, y)$  в фазовое распределение

$$\varphi(x, y) = k h(x, y). \tag{15}$$

Упрощенно, волновое число — это коэффициент, который зависит от длины волны  $\lambda$ . Такая модель применима к микропрофилю, созданному, например, деформируемым зеркалом. Дисперсией зеркального слоя можно пренебречь.

Модель «преломления» описывает фазовый фильтр с *профиллированным* коэффициентом пре-



**Рис. 14.** Вычисление аподизатора, согласно (6), (14), с различным числом элементов сеточной функции: а–в) 400 × 400 элементов, г–е) 800 × 800 элементов, ж–и) 1600 × 1600 элементов. а, г, ж) ФРТ. б, д, з) Диагональные сечения ФРТ (слева сверху — направо вниз). в, е, и) Усредненные по азимуту радиальные сечения ФРТ (в секторе 90° слева сверху). Синие кривые — с аподизацией, красные — без аподизации

ломления  $n(x, y)$  в режиме прохождения. В этом случае  $h = \text{const}$ , а коэффициент  $k$  в (15) имеет вид

$$k = \frac{2\pi n_\lambda}{\lambda}, \quad (16)$$

но показатель преломления  $n_\lambda$  зависит от длины волны (в нанометрах) по формулам Зельмейера [39]

$$\begin{aligned} n_\lambda &= n_{e\lambda} - n_{o\lambda}, \\ n_{e\lambda} &\approx 1.5438 + \frac{7093}{\lambda^2}, \\ n_{o\lambda} &\approx 1.4676 + \frac{6132}{\lambda^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

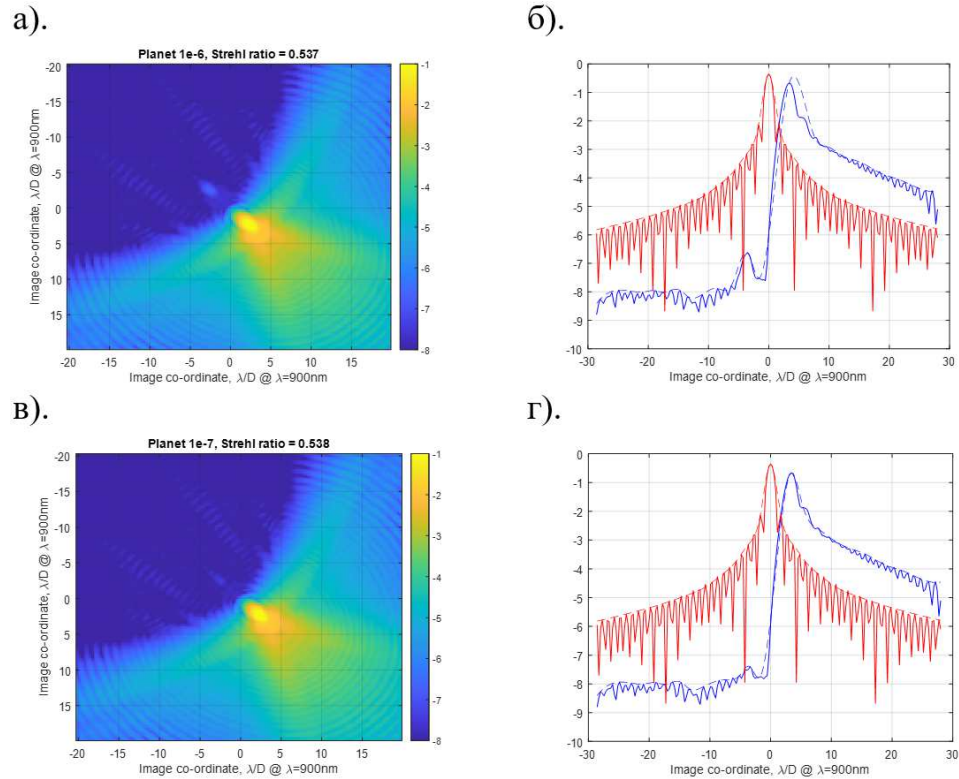
Тогда влияние дисперсии фазового фильтра с аподизацией (6), (14) в модели «отражения» пока-

но на рис. 12 а–в, в модели «преломления» — на рис. 12 г–е.

По-прежнему ФРТ показывает резкую границу, превышающую 7 порядков интенсивности, т. е. данная аподизация эффективно работает при полихроматическом режиме в спектральном диапазоне шириной 400 нм ( $700 \pm 200$  нм), в том числе и при физической реализации аподизации посредством SLM на управляемом жидкокристаллическом (ЖК) кристалле.

### 4.3. Ошибка гидирования

Рассмотрим возможную ошибку гидирования телескопа по мере усложнения условий применения



**Рис. 15.** ФРТ планеты и звезды с контрастами  $10^{-6}$  (а,б),  $10^{-7}$  (в,г), планета помещена на астроцентрическое удаление  $6 \lambda/D$ , наблюдается с 10 пк телескопом 2 м, и диагональные сечения ФРТ и огибающие: синие кривые — с аподизацией, красные — без аподизации

аподизации (согласно (6), (14)), добавляя к учету размера звезды ( $\varnothing 0.04 \lambda/D$  — Солнце на 10 пк, телескоп 2 м,  $\lambda = 500$  нм) учет полихроматического диапазона 500–900 нм длин волн.

Так, на рис. 13 показана ошибка гидрирования  $\pm 4\lambda/D$  ( $\pm 4$  кольца Эйри) по обеим координатам. Как видно на рисунке, координаты поступательно смещены, но контраст, создаваемый аподизацией, не изменяется. Это соответствует общепринятому постулату об устойчивости аподизации к ошибке гидрирования.

#### 4.4. Число пикселей аподизатора

Качество сеточной аподизационной функции (6), (14), обеспечивающей высокий контраст ФРТ, очевидно, зависит от числа элементов фазового фильтра. Это важно, если физически фазовым аподизатором является пространственный модулятор света, такой как деформируемое зеркало или ЖК-модулятор.

На рис. 14 показаны результаты вычисления ФРТ с сеточными функциями, сформированными

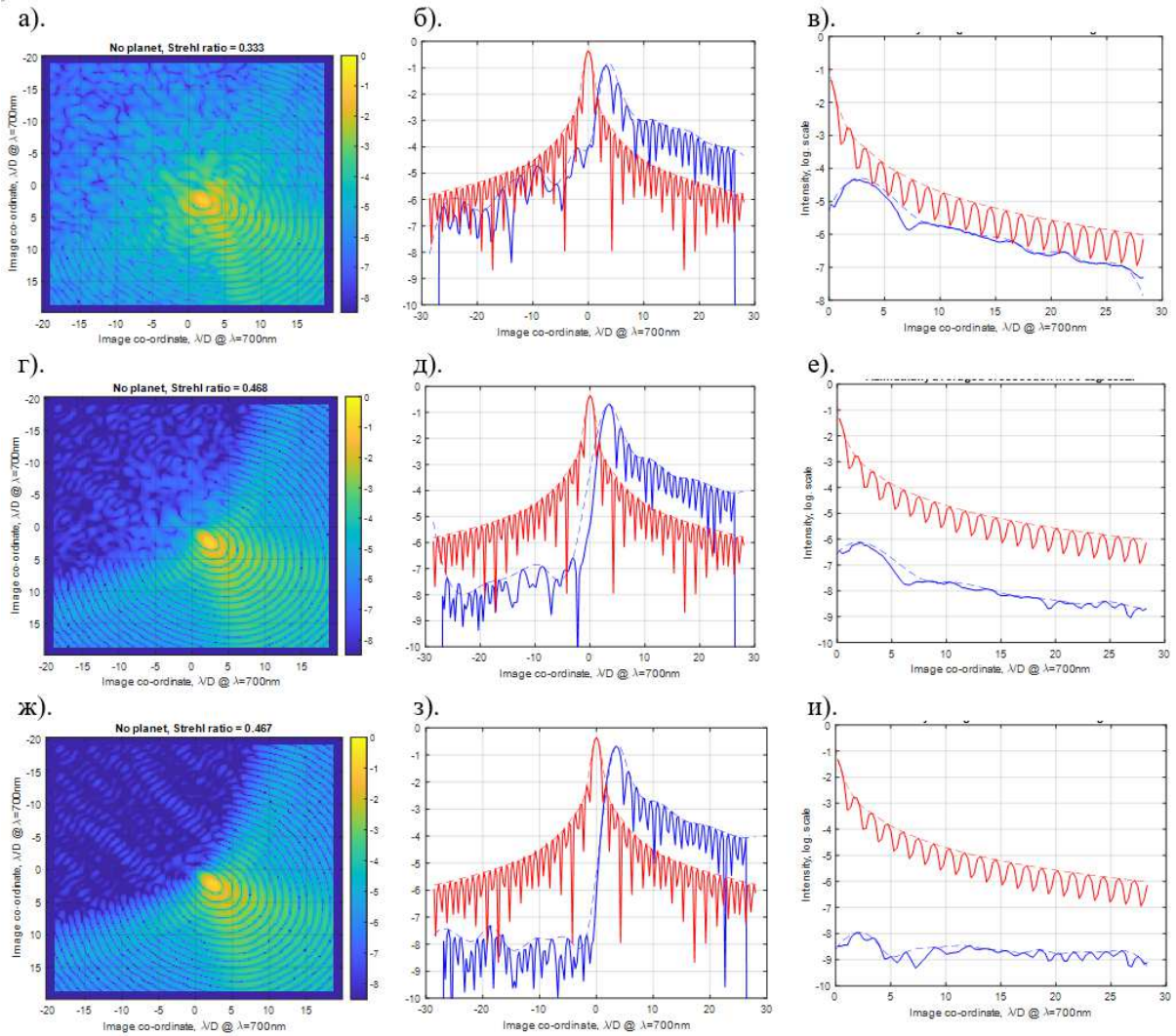
400 × 400 элементами в зрачке (а–в); 800 × 800 элементами (г–е); 1600 × 1600 элементами (ж–и). Показаны коронографические контрасты, соответственно  $10^{-7}$ ,  $10^{-7.5}$  и  $10^{-8.5}$  в области  $10$ – $20 \lambda/D$ .

Коммерчески доступные SLM [40] пространственных фазовых модуляторов имеют число управляемых элементов, приближающееся к третьему варианту.

В то же время практическая реализация исследуемого аподизатора с высоким контрастом на деформируемом зеркале технологически невозможна из-за недостаточного числа управляемых актуаторов менее  $100 \times 100$ .

#### 4.5. Визуализация планеты

Изучив эффективность найденной аподизации для практического применения, проиллюстрируем, как выглядит визуализация модельной планеты на астроцентрическом удалении на  $6 \lambda/D$  (вдоль диагонали) с контрастами  $10^{-6}$  и  $10^{-7}$ , см. рис. 15. Здесь учтены размер звезды  $\varnothing 0.04 \lambda/D$ , диапазон



**Рис. 16.** Зависимость аподизации от зональной ошибки. *а–в*) СКО  $\sim 100$  нм  $\approx \lambda/5$ ; *г–е*) СКО  $\sim 10$  нм  $\approx \lambda/50$ ; *ж–и*) СКО  $\sim 1$  нм  $\approx \lambda/500$ . *а, г, е*) ФРТ; *б, д, з*) диагональные сечения ФРТ (слева сверху — направо вниз); *в, е, и*) усредненные по азимуту радиальные сечения ФРТ в секторе  $90^\circ$  слева сверху

длин волн  $\lambda = 700 \pm 200$  нм, сетка вычислений  $800 \times 800$  пикселей.

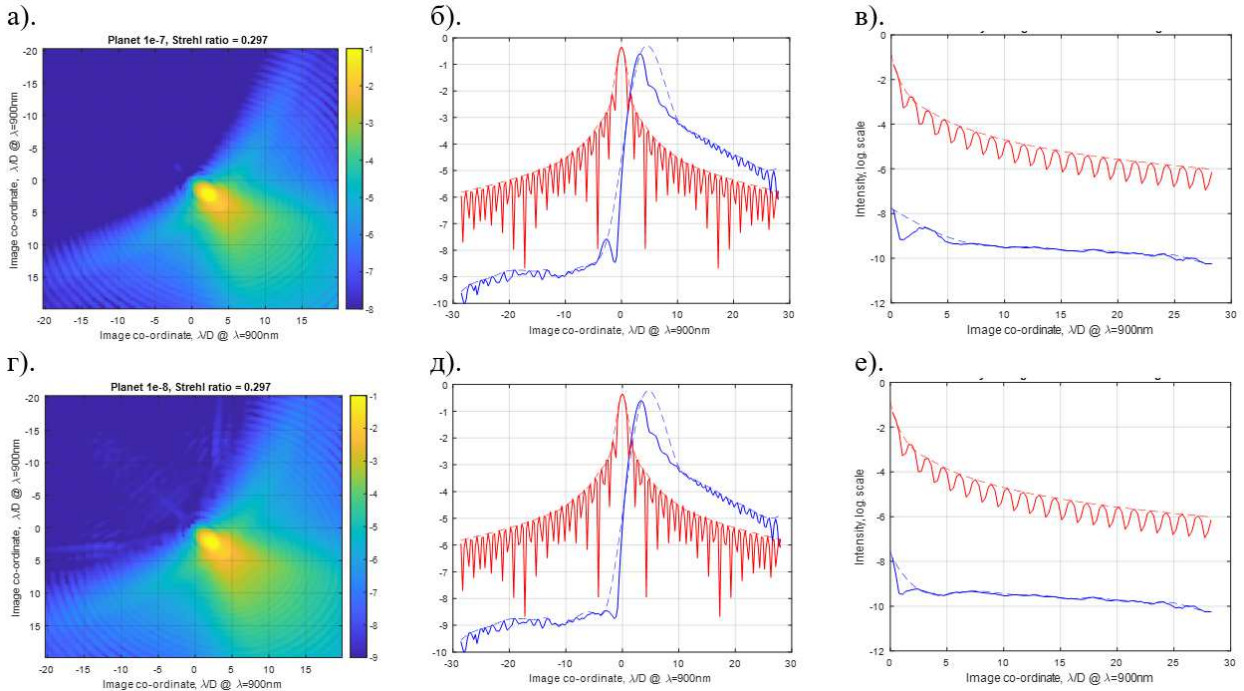
На рис. 15 видно, что планета визуально отождествляется на погашенном дифракционном фоне звезды. Большой контраст достигим, если применять дополнительные алгоритмы обработки изображения.

#### 4.6. Зональная ошибка ВФ

Рассмотрим возможную зональную ошибку ВФ для реализации высококонтрастного изображения с помощью фазовой аподизации (6), (14). В качестве зональной ошибки была использована реализация спектральной мощности ошибок (power spectral

density, PSD) функции со следующими параметрами: показатель степени убывания спектра мощности ошибок  $-3$  в направлении высоких пространственных частот, значения от минимума до максимума (peak-to-valley, P-V)  $\approx 30$  нм  $\approx \lambda/16$ , характерный размер корреляции  $15 \text{ м}^{-1}$ . Определяющей характеристикой зональной ошибки ВФ является среднеквадратичное отклонение (СКО). Соответствующие ФРТ показаны на рис. 16 *а–в* — СКО  $\sigma = 100$  нм  $\approx \lambda/5$ ; *г–е* — СКО  $\sigma = 10$  нм  $\approx \lambda/50$ , *ж–и* — СКО  $\sigma = 1$  нм  $\approx \lambda/500$ .

На рис. 16 видно, что при конвенциональной оптике космического телескопа с качеством  $\sim \lambda/5$  увеличение контраста вследствие аподизации не превышает одного порядка. При коррекции ВФ до уров-



**Рис. 17.** ФРТ при фазо-амплитудной аподизации (фазовой (6), (14) и амплитудной Сонина  $s = 0.5$ ) при наличии планеты на астроцентрическом удалении  $6\lambda/D$  с относительными контрастами планеты и звезды:  $10^{-7}$  (а–в) и  $10^{-8}$  (г–е). а, г) ФРТ звезды и планеты; б, д) диагональные сечения ФРТ (слева сверху — направо вниз); в, е) усредненные по азимуту радиальные сечения ФРТ в секторе  $90^\circ$  слева сверху

ня СКО  $\sigma \sim \lambda/50$  можно видеть увеличение контраста до уровня  $10^{-6} \dots 10^{-7}$ . При прецизионной коррекции ВФ СКО лучше  $\sigma \sim \lambda/500$  коронографический контраст за счет аподизации становится лучше  $10^{-8}$  на астроцентрическом расстоянии  $6\lambda/D$  и более. Таким образом, ФРТ при фазовой аподизации (6), (14) с демонстрируемым коронографическим контрастом критически чувствительны к зональной ошибке волнового фронта. Практически этот фактор ограничивает применение только аподизации без коррекции ВФ. В работе [41] описаны итерационные методы измерения и коррекции ВФ для теневого метода Лию, которые без существенной модификации возможно применить для рассматриваемого аподизационного метода, но это рассмотрение вынесено за рамки настоящего исследования.

## 5. ФАЗО-АМПЛИТУДНАЯ АПОДИЗАЦИЯ

Среди различных модификаций жидкокристаллических SLM коммерчески доступны как фазовые пространственные модуляторы с большим числом пикселей ( $\sim 1200 \times 2000$ ), так и амплитудные пространственные модуляторы с близкими характеристиками. Если установить амплитудный и фа-

зовый пространственные модуляторы в произвольной последовательности, то возможен эффект фазо-амплитудной аподизации.

Так, покажем результат использования фазовой аподизации, согласно (6), (14), совместно с аподизацией Сонина, рассмотренной выше, см. разд. 2.1. Для амплитудной аподизации полином (1) имел невысокую степень  $s < 1$  для сохранения концентрации энергии и пространственного разрешения телескопа.

На рис. 17 показаны результаты фазо-амплитудной аподизации: комбинации амплитудной аподизации Сонина  $s = 0.5$  и фазовой (6), (14), при полихроматическом освещении в диапазоне длин волн  $\lambda = 700 \pm 200$  нм, при размере звезды  $\varnothing 0.04\lambda/D$ , с планетой с контрастом относительно звезды  $10^{-7}$ ,  $10^{-8}$ , вычисленной на астроцентрическом удалении  $6\lambda/D$ .

Можно видеть, что использование амплитудной аподизации дополнительно к фазовой повышает визуализацию относительного контраста планеты и звезды еще на порядок до  $10^{-8}$ . Для визуализации большего контраста возможны специальные методики обработки коронографических изображений [6] и др.

## 6. ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

В статье проанализированы известные и наиболее эффективные аподизационные методики для решения коронографической задачи визуализации экзопланеты на астроцентрическом удалении более  $5\lambda/D$  на дифракционно рассеянном фоне родительской звезды, наблюдаемой на межзвездных расстояниях.

Были изучены ранее известные для квадратной апертуры телескопа фазовые аподизации зрачковой плоскости, показана их эффективность для более распространенной круглой апертуры телескопа. Новые аподизационные решения были получены гомеоморфным (эластичным) преобразованием координат из квадрата в круг. С целью поиска наиболее эффективного аподизационного решения были рассмотрены несколько гомеоморфных преобразований с различными свойствами, из которых была выбрана аподизация с максимальным коронографическим контрастом для возможности визуализации экзопланеты вблизи звезды.

Показана устойчивость исследуемой (формулы (6) и (14)) фазовой аподизации при учете разнообразных условий практического применения: *видимый* размер звезды  $0.04\lambda/D$ , соответствующий наблюдению родительской звезды солнечного типа на расстоянии 10 пк телескопом диаметром 2 м на длине волны 500 нм; по сравнению с точечным звездным источником коронографический контраст ФРТ телескопа с аподизацией не показывает каких-либо визуальных отличий.

Аподизация устойчива к расширению диапазона длин волн от монохроматического к полихроматическому 500–900 нм.

Дисперсия рассмотрена для двух реализаций фазовой аподизации в режиме отражения и в режиме пропускания. Для режима пропускания проанализирована дисперсия материала пространственного ЖК-модулятора, с помощью которого планируется реализовать фазовую аподизацию.

Показано, что аподизация устойчива к угловой ошибке гидирования, что, впрочем, согласуется с общепринятым положением.

Изучено число пикселей аподизатора, если реализация происходит с помощью существующего (коммерчески доступного) пространственного модулятора. Так, целевой контраст ФРТ достижим при  $1000 \times 1000$  активных элементов модуляции — пикселей.

Смоделирована визуализация планеты с контрастом  $10^{-7}$ . При дополнительной амплитудной моду-

ляции (в совокупности фазо-амплитудной модуляции) контраст визуализации может быть увеличен на порядок до  $10^{-8}$ , при этом использована *неконтрастная* амплитудная модуляция с коэффициентом  $s = 0.5$ , см. (1), что сохраняет концентрацию энергии и пространственное разрешение телескопа.

Среди практических аспектов предложенная фазовая аподизация наиболее чувствительна к зональной ошибке волнового фронта, приблизительно так же, как и другие высококонтрастные методы. Это ограничивает применение только аподизации без коррекции ВФ. В этой связи в планах изучить применимость известных по публикациям итерационных методов измерения и коррекции ВФ с детектированием в плоскости изображения с исследуемой аподизацией.

## ЛИТЕРАТУРА

1. M. Perryman, *The Exoplanet Handbook*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (2011), 424 p.
2. W. A. Traub and B. R. Oppenheimer, *Direct Imaging of Exoplanets*, Exoplanets (2010), pp. 111–156.
3. M. Ygouf, N. Zimmerman, V. Bailey, R. Zellem, B. Mennesson, and J. Rhodes, *Demonstrating Exoplanet Detection and Characterization at Unprecedented Contrast Levels with the Roman Space Telescope Coronagraph Instrument*, American Astronomical Society Meeting Abstracts, 237 (2021).
4. DI-Flux-Ratio-Plot, <https://github.com/nasavbailey/DI-flux-ratio-plot>, accessed on 21 May 2025.
5. R. Claudi and D. Mesa, *High-Contrast Imaging: Hide and Seek with Exoplanets*, Galaxies **13**(1), 3 (2025), DOI:10.3390/galaxies13010003.
6. C. Marois, D. Lafrenière, R. Doyon, B. Macintosh, and D. Nadeau, *Angular Differential Imaging: A Powerful High-Contrast Imaging Technique*, Astrophys. J. **641**, 556 (2006), DOI:10.1086/500401.
7. B. M. Shustov, M. E. Sachkov, S. G. Sichevsky, R. N. Arkhangelsky, L. Beitia-Antero, D. V. Bisikalo, S. A. Bogachev, A. I. Buslaeva, J. C. Vallejo, A. I. Gomez de Castro, S. V. Grigorovich, S. V. Iosipenko, E. N. Kanev, A. Canet, O. I. Korablev, S. V. Kuzin, A. A. Moisehev, I. Prada Cazalla, A. V. Tavrov, R. de la Fuente Marcos, A. E. Shakhanov, V. E. Shmagin, S. V. Shostak, A. S. Shugarov, and F. J. Yañez Gestoso, *WSO-UV Project: New Touches*, Solar System Res. **55**, 677 (2021), DOI:10.1134/s0038094621070194.

8. Exoplanets, Satellite Constellations, and Ultra-Low Orbits, <https://nosh.msu.ru/cosmos/tpost/m3zerceem1-ekzoplaneti-sozvezdiya-sputnikov-i-sverh>, accessed on 21 May 2025.
9. P. M. Hinz et al., *Imaging Circumstellar Environments with a Nulling Interferometer*, *Nature* **395**, 251 (1998), DOI:10.1038/26172.
10. L. Leboulleux, A. Carlotti, and M. N'Diaye, *Redundant Apodization for Direct Imaging of Exoplanets. I. Robustness to Primary Mirror Segmentation-Induced Errors Outside the Segment Diffraction Limit*, *Astron. Astrophys.* **659**, A143 (2022), DOI:10.1051/0004-6361/202142410.
11. R. Galicher and J. Mazoyer, *Imaging Exoplanets with Coronagraphic Instruments*, *Compt. Rendus Phys.* **24**, 69 (2024), DOI:10.5802/crphys.133.
12. P. Frolov, I. Shashkova, Y. Bezymyannikova, A. Kiselev, and A. Tavrov, *Achromatic Interfero-Coronagraph with Variable Rotational Shear: Reducing of Star Leakage Effect, White Light Nulling with Lab Prototype*, *J. Astron. Telesc. Instrum. Syst.* **2**, 011002 (2016), DOI:10.1117/1.JATIS.2.1.011002.
13. C. Aime, G. Ricort, A. Carlotti, Y. Rabbia, and J. Gay, *ARC: an Achromatic Rotation-shearing Coronagraph*, *Astron. Astrophys.* **517**, A55 (2010), DOI:10.1051/0004-6361/200912939.
14. C. Aime, Y. Rabbia, A. Carlotti, and G. Ricort, *Reducing Star Leakage with a Nuller Coronagraph. An Analytic Approach for a Sonine Apodized Circular Aperture*, *Astron. Astrophys.* **530**, A52 (2011), DOI:10.1051/0004-6361/201016378.
15. J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, McGraw-Hill Book Comp., San Francisco, New York, London (1968) [Дж. Гудмен, *Введение в фурье-оптику*, Мир, Москва (1970)].
16. V. P. Korolkov, *Laser Lithographic Systems and Technologies for the Synthesis of Relief-Phase Optical Elements*: Abstract of the Dissertation of Dr. Tech. Inst. of Automation and Electrometry SB RAS, Novosibirsk (2013) [in Russian], [https://www.iae.nsk.su/images/stories/4\\_Education/3\\_DisSovet/140529/korolkov\\_referat.pdf](https://www.iae.nsk.su/images/stories/4_Education/3_DisSovet/140529/korolkov_referat.pdf), accessed on 21 May 2025.
17. HOLOEYE. Spatial Light Modulators [in Russian], <https://inscience.ru/slmenglish>, accessed on 21 May 2025.
18. A. Yudaev, A. Kiselev, I. Shashkova, A. Tavrov, A. Lipatov, and O. Korablev, *Wavefront Sensing by a Common-Path Interferometer for Wavefront Correction in Phase and Amplitude by a Liquid Crystal Spatial Light Modulator Aiming the Exoplanet Direct Imaging*, *Photonics* **10**, 320 (2023), DOI:10.3390/photonics10030320.
19. A. Yudaev, A. Venkstern, I. Shulgina, A. Kiselev, A. Tavrov, and O. Korablev, *Control of the Optical Wavefront in Phase and Amplitude by a Single LC-SLM in a Stellar Coronagraph Aiming for Direct Exoplanet Imaging*, *Photonics* **11**, 300 (2024), DOI:10.3390/photonics11040300.
20. P. Jacquinot and B. Roizen-Dossier, *II Apodisation*, *Progr. Opt.* **3**, 29, 132a, 132b, 132c, 132d, 133, 186, (1964), DOI:10.1016/S0079-6638(08)70570-5.
21. ROPER: An Optical Propagation Library, <https://proper-library.sourceforge.net>, accessed on 21 May 2025.
22. O. Guyon, *Phase-Induced Amplitude Apodization of Telescope Pupils for Extrasolar Terrestrial Planet Imaging*, *Astron. Astrophys.* **404**, 379 (2003), DOI:10.1051/0004-6361:20030457.
23. Nancy Grace Roman Space Telescope, Goddard Space Flight Center, <https://roman.gsfc.nasa.gov/science/RRI/WFIRST-CGI-Reference-Info-Dec2019.pdf>, accessed on 21 May 2025.
24. F. Shi et al., *WFIRST Coronagraph Technology Development Testbed: Status and Recent Testbed Results*, American Astronomical Society Meeting Abstracts, 233 (2019).
25. N. T. Zimmerman, A. J. Eldorado Riggs, N. Jeremy Kasdin, A. Carlotti, and R. J. Vanderbei, *Shaped Pupil Lyot Coronagraphs: High-Contrast Solutions for Restricted Focal Planes*, *J. Astron. Telesc. Instrum. Syst.* **2**, 011012 (2016), DOI:10.1117/1.JATIS.2.1.011012.
26. J. Krist, K. Balasubramanian, C. Beichman, P. Echternach, J. Green, K. Liewer, R. Muller, E. Serabyn, S. Shaklan, J. Trauger, D. Wilson, and S. Horner, *The JWST/NIRCam Coronagraph: Mask Design and Fabrication*, *Proc. SPIE, The International Society for Optical Engineering* **7440** (2009), DOI:10.1117/12.826448.
27. M. N'Diaye, K. Fogarty, R. Soummer et al., *Apodized Pupil Lyot Coronagraphs with Arbitrary Aperture Telescopes: Novel Designs Using Hybrid Focal Plane Masks*, *Proc. SPIE, Space Telescopes and Instrumentation 2018: Optical, Infrared, and Millimeter Wave* **10698** (2018), DOI:10.1117/12.2313225.
28. R. Soummer, *Apodized Pupil Lyot Coronagraphs for Arbitrary Telescope Apertures*, *Astrophys. J.* **618**, L161 (2005), DOI:10.1086/427923.

29. R. Soummer, L. Pueyo, A. Ferrari, C. Aime, A. Sivaramakrishnan, and N. Yaitskova, *Apodized Pupil Lyot Coronagraphs for Arbitrary Apertures, II. Theoretical Properties and Application to Extremely Large Telescopes*, *Astrophys. J.* **695**, 695 (2009), DOI:10.1088/0004-637X/695/1/695.
30. R. Soummer, A. Sivaramakrishnan, L. Pueyo, B. Macintosh, and B. R. Oppenheimer, *Apodized Pupil Lyot Coronagraphs for Arbitrary Apertures. III. Quasi-Achromatic Solutions*, *Astrophys. J.* **729**, 144 (2011), DOI:10.1088/0004-637X/729/2/144.
31. M. N'Diaye, L. Pueyo, and R. Soummer, *Apodized Pupil Lyot Coronagraphs for Arbitrary Apertures. IV. Reduced Inner Working Angle and Increased Robustness to Low-order Aberrations*, *Astrophys. J.* **799**, 225 (2015), DOI:10.1088/0004-637X/799/2/225.
32. W. Yang and A. B. Kostinski, *Phase-modulated Pupil for Achromatic Imaging of Faint Companions*, *Phys. Lett. A* **320**, 5 (2003), DOI:10.1016/j.physleta.2003.10.075.
33. A. B. Kostinski and W. Yang, *Pupil Phase Apodization for Imaging of Faint Companions in Prescribed Regions*, *J. Mod. Opt.* **52**, 2467 (2005), DOI:10.1080/09500340500217332.
34. W. Yang and A. B. Kostinski, *One-sided Achromatic Phase Apodization for Imaging of Extrasolar Planets*, *Astrophys. J.* **605**, 892 (2004), DOI:10.1086/382586.
35. M. A. Kenworthy, J. L. Codona, and F. Snik, *Pupil-Plane Phase Apodization*, in *The WSPC Handbook of Astronomical Instrumentation*, Vol. 3: UV, Optical & IR Instrumentation: Part 2, pp. 377–384 (2021), DOI:10.1142/9789811203794\_0020.
36. E. Serabyn, K. Wallace, M. Troy, B. Mennesson, P. Haguenaer, R. Gappinger, and R. Burruss, *Extreme Adaptive Optics Imaging with a Clear and Well-Corrected Off-Axis Telescope Sub-Aperture*, *Astrophys. J.* **658**, 1386 (2007), DOI:10.48550/arXiv.astro-ph/0702592.
37. C. Fong, *Analytical Methods for Squaring the Disc*, arXiv:1509.06344.
38. P. Shirley and K. Chiu, *A Low Distortion Map between Disk and Square*, *J. Graphics Tools* **2**(3), 45 (1997), DOI:10.1080/10867651.1997.10487479.
39. J. Zhu et al., *Ultrabroadband Spectral Amplitude Modulation Using a Liquid Crystal Spatial Light Modulator with Ultraviolet-to-near-infrared Bandwidth*, *Appl. Opt.* **49**, 350 (2010), DOI:10.1364/AO.49.000350.
40. Spatial Light Modulators, <https://holoeeye.com/products/spatial-light-modulators>, accessed on 21 May 2025.
41. L. Pueyo, *Direct Imaging as a Detection Technique for Exoplanets*, in *Handbook of Exoplanets*, Springer Int. Publ. (2018), DOI:10.1007/978-3-319-55333-7\_10.

## Apodization of the Pupil of a Telescope for Stellar Coronagraphy for the Purpose of Imaging Exoplanets

I. V. Shulgina, A. V. Yudaev, I. A. Shashkova, A. V. Kiselev, A. V. Tavrov

Space Research Institute of the Russian Academy of Sciences  
117997, Moscow, Russia

### Abstract

To visualize an exoplanet, a debris (zodi, protoplanetary) disk or another low-contrast component in astronomical image, it is necessary to relax background light from diffraction in stellar vicinity. High-contrast imaging for stellar coronagraphy, by means of apodization of telescope transmission function, can significantly relax the background image component of a bright on axis source such as a stellar PSF caused by diffraction. Numerically solving the diffraction problem, synthetic high-contrast images of the parent star and exoplanet have been evaluated by varying the astronomical observation conditions. We have considered several types of apodization, different ratios of light fluxes from the star and the planet, apparent size of the star (spatially not resolvable in optical telescope), the spectral range of observation wavelengths, telescope pointing errors. New types of apodization are proposed, in particular, it is shown that it is profitable to operate with two types of apodization in phase and in amplitude simultaneously. A homeomorphic (elastic) coordinate transformation is proposed and studied aiming to find an effective apodization to obtain the mostly high-contrast image.

**Keywords:** exoplanets direct imaging, high-contrast imaging techniques, pupil phase apodization, telescope, stellar coronagraph.