

ГЕНЕРАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ РЕЖИМАМИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСНЫХ СОСТОЯНИЙ В ФОТОННО-КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ МИКРОРЕЗОНАТОРАХ С НОРМАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИЕЙ ГРУППОВЫХ СКОРОСТЕЙ

В. Е. Лобанов^a, О. В. Боровкова^{a}, Д. А. Чермошенцев^{a,b}*

*^a Российский квантовый центр
121205, Москва, Россия*

*^b Московский физико-технический институт
141701, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 13 октября 2025 г.,
после переработки 13 октября 2025 г.
Принята к публикации 10 декабря 2025 г.

Численно изучены различные режимы генерации и распространения импульсных сигналов в фотонно-кристаллических микрорезонаторах с нормальной дисперсией групповых скоростей. Рассматриваемая фотонно-кристаллическая структура, реализующая спектральное расщепление определенных мод микрорезонатора, позволяет эффективно управлять его дисперсионными свойствами, обеспечивая эффективное выполнение условий фазового синхронизма для процесса генерации оптической частотной гребенки. В работе показано, что если осуществляется накачка расщепленной моды, то возможна не только эффективная генерация солитонного импульса с прямоугольным профилем (платикона), но и контролируемое управление направлением его распространения. Изменяя частоту накачки, можно обратимо переключаться между режимами с платиконом в прямой либо в обратной волне. Определен диапазон параметров для наблюдения данного эффекта: чем больше величина амплитуды накачки, тем больше должно быть значение величины расщепления моды. При достаточно больших значениях амплитуды накачки результат процесса становится не детерминированным, а вероятностным, зависящим от начальных условий. Также показано, что если осуществлять накачку не расщепленной моды, а соседних с ней мод, то можно возбудить или одиночный широкий импульс треугольной формы, или периодическую последовательность таких импульсов в зависимости от спектрального интервала между накачиваемой и расщепленной модами. Преимуществом данного подхода является то, что этот процесс будет иметь низкий порог по мощности накачки и высокую эффективность преобразования накачки в оптическую частотную гребенку. Исследованы свойства генерируемых сигналов треугольной формы и условия их возбуждения.

Ключевые слова: оптические частотные гребенки, солитоны, платиконы, фотонно-кристаллические микрорезонаторы, нормальная дисперсия групповых скоростей

DOI: 10.7868/S3034641X26020023

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы высокочастотные оптические микрорезонаторы становятся все более привлекательной платформой для реализации и изучения различных нелинейных оптических

процессов [1–3], включая генерацию диссипативных солитонов в микрорезонаторах с керровской нелинейностью [4–6]. Такого типа сигналы были получены как в объемных, так и в интегральных микрорезонаторах [4–9]. Они находят свое применение в самых разных областях науки и технологий: от оптических часов, лидаров и современных телекоммуникационных систем до астрофизических исследований и проч. [5, 10–15]. Стоит отметить, что в ряде случаев эффективная реализация таких

* E-mail: o.borovkova@rqc.ru

нелинейных процессов затруднена, так как бывает довольно сложно выполнить условия фазового синхронизма, например, для случая структур с нормальной дисперсией групповых скоростей (ДГС) [16–18]. Для этого используются различные методы управления дисперсионными характеристиками микрорезонаторных систем (dispersion engineering) [19, 20], в том числе основанные на использовании сдвига определенных мод [21–25], например, в системах связанных микрорезонаторов или в фотонных молекулах [26–32].

Недавно значительный прогресс был достигнут в изготовлении наноструктурированных микрорезонаторов [33–48]. Было показано, что периодическая модуляция параметров микрокольца позволяет создавать запрещенную зону для отдельной моды, приводя к эффекту расщепления моды и эффективному ее сдвигу по частоте. Такие фотонно-кристаллические микрорезонаторы предоставляют уникальные возможности для нелинейной оптики и фотоники. Например, в них были показаны эффективная генерация солитонных гребенок (или микрогребенок) при различных режимах работы лазера накачки [35, 36, 45], возбуждение континуума светлых и темных импульсов [37] и усиление оптических параметрических осцилляций [39–41]. Помимо этого, для микрорезонаторов с нормальной ДГС были продемонстрированы эффективная генерация платиконов [36, 46, 47] и оптические параметрические осцилляции [48]. Генерация платиконов обычно рассматривается как более эффективный процесс с точки зрения эффективности преобразования энергии накачки в мощность генерируемых спектральных компонент, чем генерация светлых солитонов [28, 49]. Более того, платиконы, как было недавно показано, имеют преимущество по сравнению со светлыми солитонами с точки зрения квантовой когерентности [50].

В нашей работе мы рассмотрели различные режимы генерации импульсных сигналов в фотонно-кристаллических микрорезонаторах с нормальной ДГС. В первую очередь изучалась генерация темных солитонов или платиконов. Ранее было показано, что в фотонно-кристаллических микрорезонаторах генерация платиконов возможна при накачке расщепленной моды и, в основном, в обратной волне [36, 46, 47]. В нашей работе мы показываем, что генерация платиконов также возможна в прямой волне. Более того, мы обнаружили, что при изменении частоты накачки возможно управляемое обратимое переключение между двумя режимами (платикон в прямой и платикон в обратной волне), т. е. можно

изменять направление распространения платикона в микрорезонаторе. В работе определен диапазон параметров, в котором возможно осуществить переключение режимов: установлено, что чем больше мощность накачки, тем больше должна быть величина расщепления мод. При еще больших значениях амплитуды накачки происходит переключение из бризерного состояния в обратную волну в платикон в прямой волне. При достаточно больших амплитудах накачки результат данного процесса перестает быть детерминированным и приобретает вероятностный характер.

Также показано, что если осуществлять накачку не расщепленной моды, а соседних с ней мод, то можно возбудить или одиночный широкий импульс треугольной формы, или периодическую последовательность таких импульсов в зависимости от спектрального интервала между накачиваемой и расщепленной модами. Такие импульсы распространяются в микрорезонаторе без искажения формы, но с некоторым дрейфом. В работе исследованы свойства генерируемых сигналов треугольной формы и условия их возбуждения. Величина расщепления, необходимая для генерации, возрастает с увеличением интервала между расщепленной и накачиваемой модами, амплитуды накачки и величины ДГС. Стоит отметить, что ранее подобные импульсы, называемые когерентными импульсами с ограниченным спектром, наблюдались в микрорезонаторах с нормальной дисперсией, накачиваемых вблизи точки пересечения мод [23, 51], например, в системе двух связанных микрорезонаторов [27]. Преимуществом предложенного нами подхода является то, что этот процесс будет иметь более низкий порог по мощности накачки, чем процесс генерации платиконов, и более высокую эффективность преобразования накачки в оптическую частотную гребенку. К тому же становятся менее жесткими требования к точности задания частоты накачки, чем при генерации платикона, когда накачиваться должна только низкочастотная ветвь расщепленного резонанса.

Выявленные режимы расширяют возможности практического применения фотонно-кристаллических микрорезонаторов и открывают новые пути для обработки сигналов в них.

2. МОДЕЛЬ

В нашей работе мы используем модель, ранее развитую в работах [52, 53], учитывающую линейную связь между прямой и обратной волнами, ча-

стотную зависимость величины этой связи, а также нелинейное кросс-воздействие:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} &= i \frac{d_2}{2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \varphi^2} - [1 + i\alpha] \psi_1 + \\ &+ i \sum_{\mu} \beta_{\mu} a_{2\mu} \exp(i\mu\varphi) + i \left[|\psi_1|^2 + 2 \frac{U_2}{2\pi} \right] \psi_1 + F, \\ \frac{\partial \psi_2}{\partial \tau} &= i \frac{d_2}{2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial \varphi^2} - [1 + i\alpha] \psi_2 + \\ &+ i \sum_{\mu} \beta_{\mu} a_{1\mu} \exp(-i\mu\varphi) + i \left[|\psi_2|^2 + 2 \frac{U_1}{2\pi} \right] \psi_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ψ_1 и ψ_2 — медленно меняющиеся огибающие соответственно прямой и обратной волн в микрорезонаторе,

$$\psi_1(\varphi) = \sum_{\mu} a_{1\mu} \exp(i\mu\varphi), \quad \psi_2(\varphi) = \sum_{\mu} a_{2\mu} \exp(-i\mu\varphi),$$

где $a_{1\mu, 2\mu}$ — амплитуды μ -х прямой и обратной мод, $\tau = \kappa t/2$ обозначает нормированное время, $\kappa = \omega_0/Q$ — полный коэффициент потерь в резонаторе (ширина линии нагруженного микрорезонатора), Q — нагруженная добротность, ω_0 — частота накачиваемой моды, $\varphi \in [-\pi; \pi]$ — азимутальный угол в системе координат, вращающейся с угловой частотой, равной межмодовому расстоянию D_1 микрорезонатора, $d_2 = 2D_2/\kappa$ — коэффициент ДГС, положительный для аномальной дисперсии и отрицательный для нормальной дисперсии (собственные частоты микрорезонатора определяются выражением $\omega_{\mu} = \omega_0 + D_1\mu + \frac{1}{2}D_2\mu^2$, где μ — номер моды, отсчитываемый от накачиваемой моды), $\alpha = 2(\omega_0 - \omega_p)/\kappa$ — нормированная отстройка частоты накачки ω_p от частоты резонанса накачиваемой моды, нормированная амплитуда накачки $F = \sqrt{8\omega_p c n_2 \eta P_{in} / \kappa^2 n^2 V_{eff}}$, где n — показатель преломления на частоте накачиваемой моды микрорезонатора, c — скорость света в вакууме, V_{eff} — эффективный объем моды, n_2 — нелинейный показатель преломления, η — коэффициент связи ($\eta = 1/2$ в режиме критической связи, $\eta \rightarrow 1$ в режиме перегруженной связи), P_{in} — входная мощность накачки, $U_{1(2)} = \int |\psi_{1(2)}|^2 d\varphi$ — мощность прямой (обратной) волны. Наконец, β_{μ} — нормированный коэффициент обратного рассеяния μ -й моды, равный отношению величины линейного расщепления μ -й моды к ширине линии κ нагруженного микрорезонатора.

В наноструктурированных микрокольцевых резонаторах ширина кольца может быть промодулирована с периодичностью $\pi R/m$, где R — радиус

кольца, а m — азимутальное число моды, для которой создается запрещенная зона. Индуцированная запрещенная зона приводит к расщеплению моды и позволяет контролировать величину расщепления β , варьируя глубину модуляции. Ниже будут рассмотрены два различных режима, когда накачка осуществляется в расщепленную и нерасщепленную моды микрорезонатора.

Уравнения (1) решались численно при помощи метода расщепления в спектральной области с периодическими граничными условиями и с учетом неоднородной линейной связи между модами. Была выбрана пространственная сетка с 1024 узлами. Было проверено, что дальнейшее увеличение числа узлов сетки не влияет на получаемые результаты.

Мы исследовали случай нормальной ДСГ ($d_2 < 0$) и проанализировали нелинейную динамику полученных решений при линейной по времени перестройке частоты накачки $\alpha(\tau) = \alpha(0) + \nu\tau$ для различных значений амплитуды накачки и величины коэффициента расщепления мод β . Безразмерная скорость ν сканирования частоты была выбрана достаточно малой ($\nu = 0.0005$), чтобы проявились все возможные эффекты, связанные с перестройкой частоты.

3. РЕЖИМ ГЕНЕРАЦИИ ПЛАТИКОНОВ ПРИ НАКАЧКЕ РАСЩЕПЛЕННОЙ МОДЫ МИКРОРЕЗОНАТОРА

Мы рассматриваем случай фотонно-кристаллического микрорезонатора, у которого коэффициент расщепления отличается для разных мод: $\beta_{\mu} = \beta$ для накачиваемой моды ($\mu = 0$) и $\beta_{\mu} = \beta_0 \ll \beta$ для других мод.

Резонансные кривые для прямой и обратной волн для различных значений β при $F = 3.0$ показаны на рис. 1. На нем видно, что резонанс является расщепленным и имеет две ветви. Очевидно, что если отстройка частоты накачки лежит в определенном диапазоне (на рис. 1 между вертикальными штриховыми линиями), то можно осуществить накачку более слабой низкочастотной ветви резонанса. Оказалось, что этот диапазон появляется при превышении величиной расщепления β некоторого критического значения, которое увеличивается по мере роста амплитуды накачки F . В работе [52] было показано, что, накачивая данный резонанс, можно наблюдать модуляционную неустойчи-

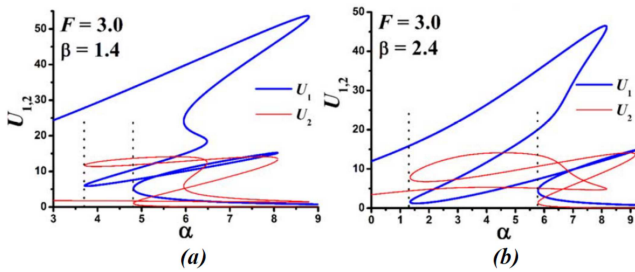


Рис. 1. Резонансные кривые для прямой (синяя линия) и обратной (красная линия) волн для амплитуды накачки $F = 3.0$ и различных значений коэффициента расщепления моды β . Диапазон перестройки частоты для накачки низкочастотного резонанса расщепленной моды расположен между вертикальными пунктирными линиями. Здесь и далее все параметры на рисунках указаны в безразмерных величинах

вость, вызванную обратным рассеянием, и генерацию оптической частотной гребенки в режиме нормальной дисперсии. В нашей работе начальное значение отстройки частоты накачки $\alpha(0)$ для каждой пары параметров β и F выбиралось так, чтобы выполнить данное условие. Было обнаружено, что при амплитуде накачки выше пороговой ($F > 2.0$) наблюдается генерация платикона (см. рис. 2 и 3). Отметим, что такой порог генерации почти в 2 раза превышает порог, обеспечивающий существование платиконов в обычных микрорезонаторах [16, 54], что связано с необходимостью накачки как прямой, так и обратной волны в рассматриваемой фотоннокристаллической структуре. Эти результаты хорошо согласуются с данными работы [46].

На рис. 2 показана эволюция мощности волн внутри резонатора (синяя линия соответствует мощности U_1 прямой волны, а красная — мощности U_2 обратной волны) при сканировании частоты накачки для четырех различных значений коэффициента расщепления моды β при $F = 3.0$. Можно видеть, что изначально генерация платикона происходит в обратной волне (область BW platicon на рис. 2), что сопровождается скачком мощности U_2 в обратной волне внутри резонатора. Этот скачок мощности соответствует преобразованию однородного состояния в широкий импульс в обратной волне (см. рис. 2 b и 2 c). Видно, что амплитудный профиль в прямой волне остается почти однородным (синяя линия на рис. 3 c).

При дальнейшем увеличении отстройки частоты накачки можно наблюдать скачок мощности в обратной волне, соответствующий преобразованию

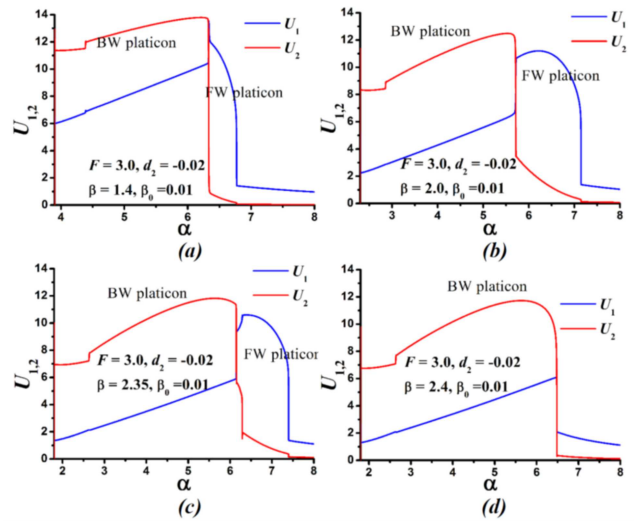


Рис. 2. Эволюция мощности внутри резонатора для прямой (синяя линия, U_1) и обратной (красная линия, U_2) волн для различных значений коэффициента расщепления моды β при перестройке частоты накачки $\alpha(\tau) = \alpha(0) + 0.0005\tau$ при $F = 3.0, d_2 = -0.02, \beta_0 = 0.01$

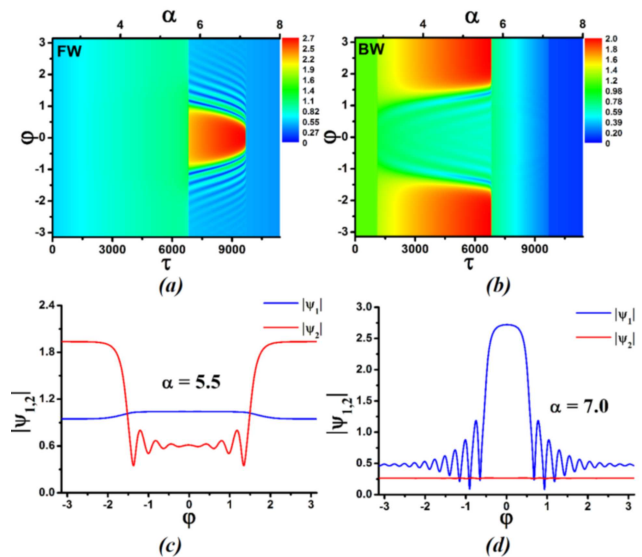


Рис. 3. Эволюция распределения поля в прямой (a) и обратной (b) волнах при перестройке частоты накачки $\alpha(\tau) = \alpha(0) + 0.0005\tau$, а также амплитудные профили генерируемых сигналов (синяя линия — прямая волна, красная линия — обратная волна) при $\alpha = 5.5$ (c), $\alpha = 7.0$ (d). Во всех случаях $F = 3.0, d_2 = -0.02, \beta = 2.0, \beta_0 = 0.01$, что соответствует рис. 2 b

платикона в обратной волне в низкоинтенсивное однородное состояние. Однако в некотором диапазоне значений величины расщепления мод, когда β не превышает некоторого критического значения, этот скачок сопровождается также скачком мощности в прямой волне (область FW platicon на рис. 2 *a-c*). Анализ динамики распределения поля в прямой волне показывает, что этот скачок соответствует возбуждению платикона в прямой волне (рис. 3 *a* и 3 *d*). Если коэффициент расщепления превышает некоторое критическое значение, возбуждение платикона в прямой волне не происходит (рис. 2 *d*). Исследование показало, что это критическое значение возрастает с ростом амплитуды накачки. Нужно отметить, что отсутствие эффекта переключения при увеличении коэффициента расщепления не сопровождается заметным изменением резонансных кривых (ср. кривые на рис. 1 *a*, когда переключение происходит, и на рис. 1 *b*, когда оно отсутствует).

Также оказалось, что в то время как платикон в обратной волне может возбуждаться без перестройки частоты накачки при условии, что сразу была выбрана подходящая величина отстройки α частоты накачки от резонанса, возбуждение платикона в прямой волне без перестройки частоты невозможно, даже если параметры накачки соответствуют возбуждению платикона посредством частотного сканирования.

Мы обнаружили, что исследуемый эффект переключения имеет обратимый характер. Когда перестройка частоты проводится в обратном направлении, т.е. величина отстройки частоты накачки уменьшается, а платикон в прямой волне используется как начальное решение, можно наблюдать преобразование платикона в прямой волне в платикон в обратной волне (рис. 4).

Интересно, что точки переключения, т.е. значения отстройки, при которых происходит переключение, не совпадают для различных направлений сканирования частоты. Мы проверили, что эта разница не зависит от скорости частотной перестройки.

Отметим, что обсуждаемый эффект управляемого переключения наблюдался для широкого диапазона значений параметра d_2 и величины расщепления β_0 накачиваемой моды. Было обнаружено, что нижняя граница критического значения β слабо зависит от значений параметров d_2 и β_0 . Также оказалось, что для значений β вблизи нижней границы необходимо выбирать более низкие значения скорости перестройки, чтобы добиться возбуждения пла-

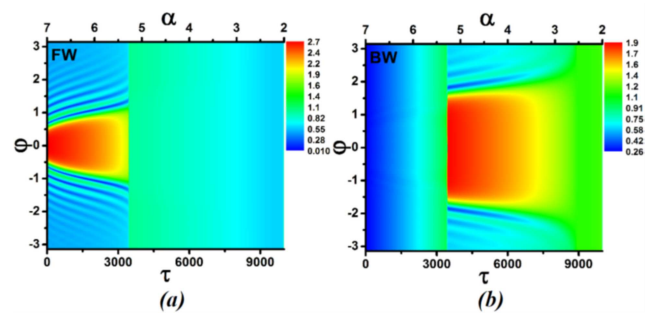


Рис. 4. Эволюция распределения поля в прямой (а) и обратной (b) волнах при обратном сканировании частоты накачки $\alpha(\tau) = 7.0 - 0.0005\tau$ с начальным решением в виде платикона в прямой волне при $F = 3.0$, $d_2 = -0.02$, $\beta = 2.0$, $\beta_0 = 0.01$

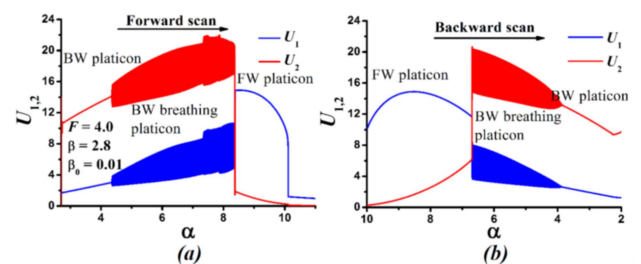


Рис. 5. Эволюция мощности прямой и обратной волн при перестройке частоты в прямом (а) направлении (Forward scan) с шумоподобным входным сигналом и в обратном (b) направлении (Backward scan) с начальным решением в виде платикона в прямой волне. В обоих случаях $F = 4.0$, $d_2 = -0.02$, $\beta_0 = 0.01$

тикона в обратной волне; особенно это важно для малых значений амплитуды накачки ($F < 3.0$) и больших значений величины фонового расщепления β_0 . В этом случае, если частотное сканирование происходит слишком быстро, в системе высокоинтенсивное однородное состояние в обратной волне будет переключаться в платикон в прямой волне вместо переключения из платикона в обратной волне в платикон в прямой волне.

Отметим, что при еще больших значениях амплитуды накачки (примерно при $F > 3.25$) для платиконов в обратной волне может наблюдаться бризерная динамика. В этом случае может быть реализовано переключение между бризерами в обратной волне и платиконами в прямой волне (рис. 5 *a*). В процессе перестройки частоты в обратном направлении наблюдается преобразование платикона в прямой волне в бризер в обратной волне и затем — в платикон в обратной волне (рис. 5 *b*).

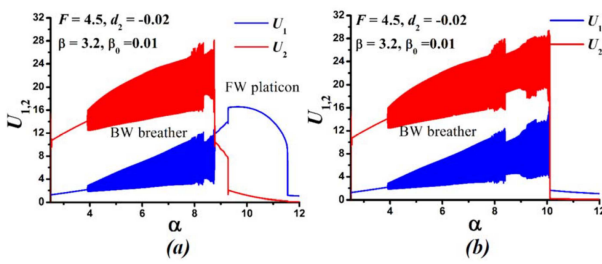


Рис. 6. Эволюция мощности внутри резонатора для прямой (синяя линия, U_1) и обратной (красная линия, U_2) волн для различных реализаций с шумоподобными начальными условиями при перестройке частоты накачки $\alpha(\tau) = \alpha(0) + 0.0005\tau$ при $F = 4.5$, $d_2 = -0.02$, $\beta_0 = 3.2$, $\beta_0 = 0.01$. *a* — Переключение из бризерного состояния в обратную волне в платиновое состояние в прямой волне, *b* — переключение отсутствует

При дальнейшем увеличении амплитуды накачки ($F > 4.0$ для рассматриваемых значений d_2 и β_0) возникает диапазон параметров, где процесс переключения перестает быть детерминированным и приобретает вероятностный характер, т. е. результат может отличаться для различных шумоподобных условий на входе (см. рис. 6 *a*, где показан случай переключения, в то время как на рис. 6 *b* для тех же параметров переключение отсутствует).

На рис. 7 *a* показаны области существования для платиконов в прямой волне (область между синими линиями) и в обратной волне (область между красными линиями). Участки кривых, отмеченные жирными линиями, соответствуют точкам переключения для сканирования частоты в прямом направлении, которое показано стрелками. Для переключения из платикона в обратную волне в платикон в прямой волне (BW-to-FW) точки переключения сначала с ростом β смещаются к меньшим значениям отстройки, и интервал между синей и красной жирными линиями вдоль вертикальной оси сокращается, а затем, при дальнейшем росте β , точки переключения BW-to-FW смещаются в сторону больших значений, и интервал между точками переключения по вертикальной оси возрастает. Мы обнаружили, что даже для больших значений коэффициента расщепления β , когда переключение при сканировании в прямом направлении вообще отсутствует, области существования платиконов в прямой и обратной волнах все еще перекрываются. Таким образом, исчезновение переключения при сканировании в прямом направлении при больших значениях расщепления не связано с тем, что области существования платиконов перестают перекрываться.

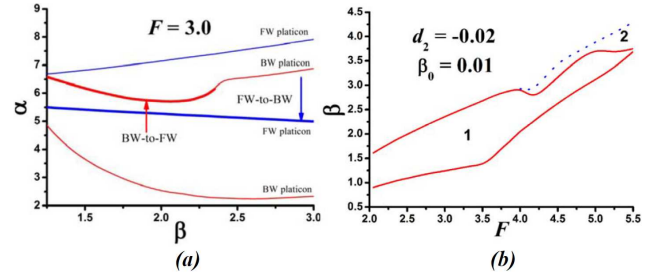


Рис. 7. *a* — Области существования платикона в прямой волне (область между синими линиями) и в обратной волне (область между красными линиями), полученные из сравнения результатов при обоих направлениях сканирования частоты при $F = 3.0$, $d_2 = -0.02$, $\beta_0 = 0.01$. Участки кривых, отмеченные жирными линиями, соответствуют точкам переключения для сканирования частоты в направлении, которое показано стрелками. *b* — Диапазон параметров, обеспечивающий переключение платиконов: область 1 между сплошными красными линиями соответствует детерминированному переключению, а область 2 между сплошной красной линией и пунктирной синей линией отмечает случаи, когда переключение носит вероятностный характер

На рис. 7 *b* приведены диапазоны параметров, которые обеспечивают переключение платиконов между прямой и обратной волнами: область 1 между сплошными красными линиями соответствует детерминированному переключению, а область 2 между сплошной красной линией и пунктирной синей линией отмечает случаи, когда переключение носит вероятностный характер. Как было отмечено выше, для случая $d_2 = -0.02$ и $\beta_0 = 0.01$ при $F > 4.0$ возникает диапазон параметров, где процесс переключения перестает быть детерминированным и приобретает вероятностный характер. Дальнейший рост амплитуды накачки приводит к увеличению этой области, а при $F > 5.5$ детерминированное переключение вообще отсутствует. Таким образом, можно заключить, что для детерминированного переключения направления распространения платикона нужно обеспечить безразмерные параметры $F \simeq 3.0$ и $\beta \simeq 2.0$.

4. ГЕНЕРАЦИЯ ТРЕУГОЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ И ЦЕПОЧЕК ТАКИХ ИМПУЛЬСОВ ПРИ АМПЛИТУДНОЙ НАКАЧКЕ НЕРАСЩЕПЛЕННОЙ МОДЫ МИКРОРЕЗОНАТОРА

Рассмотрим случай, когда за счет фотонно-кристаллической структуры расщепляется не мо-

да накачки при $\mu = 0$, а некоторая другая мода: $\beta_\mu = \beta_0 \ll \beta$, если $\mu \neq n_{sp}$, и $\beta_\mu = \beta$, если $\mu = n_{sp}$, где n_{sp} — номер расщепленной моды относительно накачиваемой моды.

В отличие от рассмотренного выше случая накачки расщепленной моды, теперь нет необходимости начинать сканирование частоты в четко определенном диапазоне значений $\alpha(0)$, что упрощает процесс.

Для начала рассмотрим случай $n_{sp} = 1$, когда расщепленная и накачиваемая моды находятся по соседству (рис. 8). Вплоть до порогового значения расщепления β_{cr} мы наблюдаем треугольный резонанс $U_1(\alpha)$ для прямой волны с однородным профилем поля внутри микрорезонатора и без генерации новых спектральных компонент, а обратная волна при этом отсутствует (см. жирную черную кривую $U_1(\alpha)$ для прямой волны на рис. 8 а и соответствующую динамику решения на рис. 8 b; кривая для обратной волны не видна из-за ее слишком малой мощности). С ростом β переход с высокоинтенсивной ветви к низкоинтенсивной происходит при меньших значениях величины отстройки частоты. Если β превышает некоторое критическое значение, определяемое условиями фазовой синхронизации для оптических параметрических колебаний при нормальной ДГС, наблюдается характерная скачкообразная зависимость (красная кривая на рис. 8 а). Оказалось, что это критическое значение β_{cr} возрастает с ростом амплитуды накачки F (например, для рассматриваемых параметров оно возрастает от 1.71 при $F = 1.65$ до 5.64 при $F = 5.0$). Появление такой скачкообразной зависимости $U_1(\alpha)$ связано с генерацией оптической частотной гребенки (ОЧГ) (см. рис. 8 с) и сопровождается распространением слабой обратной волны (тонкая красная линия на рис. 8 а). При дальнейшем увеличении β область генерации ОЧГ становится шире и смещается в основном в сторону меньших значений отстройки частоты накачки (см. синюю кривую на рис. 8 а). Кроме того, может возникнуть дополнительный скачок на кривой $U_1(\alpha)$, сопровождаемый изменением спектральной огибающей генерируемого сигнала (рис. 8 d) и уменьшением мощности обратной волны (синяя линия на рис. 8 а). Диапазон значений величины расщепления, позволяющий осуществлять указанную генерацию, также ограничен сверху, и максимальное возможное значение β быстро возрастает с ростом амплитуды накачки (8.5 для $F = 1.65$, 20.48 для $F = 2.5$ и 53.2 для $F = 4.0$).

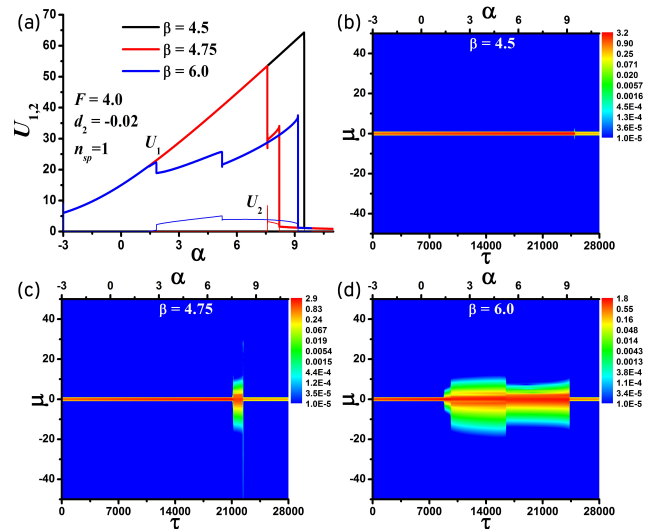


Рис. 8. а — Эволюция мощности внутри резонатора (жирные линии соответствуют мощности прямой волны, U_1 , а тонкие линии — мощности обратной волны, U_2). б–д — Спектры прямой волны для различных значений коэффициента расщепления моды $\beta = 4.5$ (б), 4.75 (с), 6.0 (д) при перестройке частоты накачки как $\alpha = -3.0 + 0.0005\tau$ при $F = 4.0$, $d_2 = -0.02$, $\beta_0 = 0.01$, $n_{sp} = 1$. Цветовые шкалы показывают модули спектральных компонент $|a_{1\mu}|$ в логарифмическом масштабе

Также было обнаружено, что при перестройке частоты накачки в обратном направлении кривая эволюции мощности накачки, приведенная на рис. 8 а, качественно воспроизводится при уменьшении α . При этом ОЧГ, соответствующая второй ступеньке на рис. 8 а, трансформируется в гребенку, соответствующую первой ступеньке. Таким образом, если начинать сканирование частоты накачки на втором уровне и постепенно уменьшать α , решение испытывает переход на первый уровень, а затем к однородному состоянию, в котором нет частотной гребенки. Важно отметить, что переход от второго уровня к первому при обратном сканировании происходит при меньших значениях отстройки частоты, чем в случае прямого направления частотной перестройки (эта разница может уменьшаться с уменьшением скорости сканирования ν).

Отметим, что при малых значениях амплитуды накачки ступеньки на зависимости $U_1(\alpha)$, появляющиеся при генерации ОЧГ, становятся более узкими, менее выраженными и хуже различимыми. В нашем случае мы наблюдаем ярко выраженную генерацию при $F > 1.2$ (описанная в предыдущем разделе генерация платиконов происходила при $F > 2.0$).

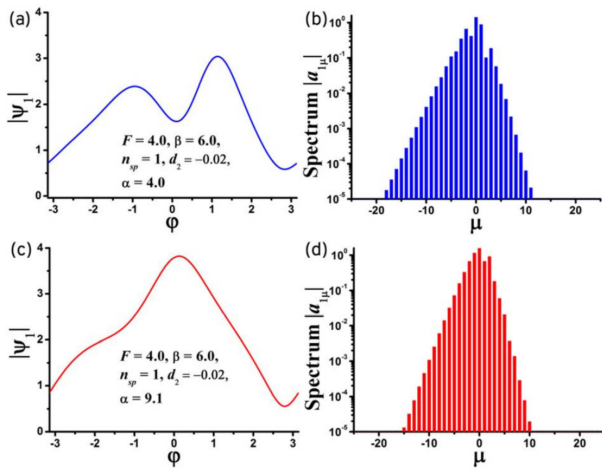


Рис. 9. Амплитудные профили (а,с) и спектры генерируемого сигнала (b,d) в прямой волне при различных значениях отстройки частоты накачки α . Верхний ряд соответствует ОЧГ, возникающей на первой ступеньке на рис. 8 а, нижний ряд — второй ступеньке на том же графике. Во всех случаях $F = 4.0, d_2 = -0.02, \beta = 6.0, \beta_0 = 0.01, n_{sp} = 1$

Важно исследовать амплитудные профили генерируемых сигналов при достаточно больших коэффициентах расщепления, позволяющих получить широкий диапазон генерируемых сигналов (например, как на рис. 8 d). Все они имеют треугольный профиль (примеры для $\beta = 6$ даны на рис. 9). Однако сигналы с первой ступеньки шире и имеют более неровный профиль, но менее гладкую спектральную огибающую, чем сигналы со второй ступеньки (ср. рис. 9 а и 9 с). Кроме того, сигнал со второй ступеньки, особенно находящийся близко к границе с большими значениями отстройки, может обеспечивать более высокий уровень эффективности преобразования накачки в гребенку: максимальная эффективность преобразования мощности накачки в мощность ОЧГ в прямой волне при критической связи, рассчитанная как $\sum_{\mu \neq 0} |a_{1\mu}|^2 / F^2$, и полная эффективность преобразования накачки в ОЧГ (в прямой и обратной волнах) $\sum_{\mu \neq 0} (|a_{1\mu}|^2 + |a_{2\mu}|^2) / F^2$ [55] равны соответственно 13.3% и 18.3% для первой ступеньки и 20.6% и 23.1% для второй ступеньки для параметров, приведенных на рис. 9. Для тех же нормированных параметров в перегруженном режиме [56] могут быть получены эффективности в 4 раза больше ($\sim \eta^2$) что позволяет преодолеть ограничение в 50%, существующее для традиционных микрорезонаторов без дополнительных рефлекторов и с накачкой, осуществляемой в расщеплен-

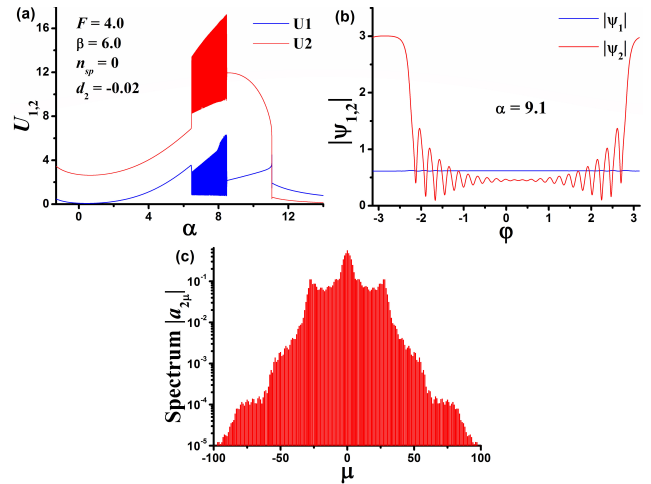


Рис. 10. Эволюция мощностей U_1 и U_2 внутри резонатора при перестройке частоты для $F = 4.0, d_2 = -0.02, \beta_0 = 0.01, n_{sp} = 0, \beta = 6.0$ (а). Амплитудные профили (b) и спектры сгенерированного платиконного сигнала (с) в обратной волне при $\alpha = 9.1$

ную моду [46, 47]. Спектральные огибающие генерируемых импульсов являются асимметричными относительно накачиваемой моды: они шире в направлении, противоположном направлению от накачиваемой моды к расщепленной. Стоит отметить, что ранее подобные импульсы, называемые когерентными импульсами с ограниченным спектром, наблюдались в микрорезонаторах с нормальной дисперсией, накачиваемых вблизи точки антипересечения мод (avoided mode crossing) [51].

Мы проверили, что возбужденные импульсы распространяются устойчивым образом, но с некоторым дрейфом, когда сканирование частоты останавливается. Было обнаружено, что скорость дрейфа зависит от величины отстройки частоты накачки α и возрастает с ростом коэффициента расщепления β . Знак скорости дрейфа определяется положением расщепленной моды по отношению к накачиваемой моде. Отметим, что наличие дрейфа означает, что частота повторения таких импульсов изменяется и становится отличной от межмодового интервала D_1 микрорезонатора.

Для сравнения было выполнено моделирование для тех же самых параметров, но при условии, что накачка производилась в расщепленную моду (рис. 10). Хорошо видно, что сначала возбуждается бризерное состояние (область широкой красной полосы на рис. 10 а) и затем устойчивый платикон в обратной волне. Ширина спектра платикона боль-

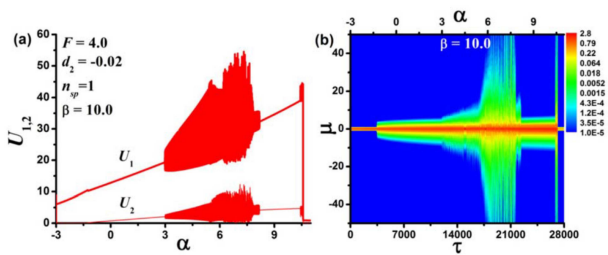


Рис. 11. Эволюция (а) мощности волны внутри резонатора (толстые линии соответствуют мощности прямой волны U_1 , а тонкие линии — мощности обратной волны U_2) и (б) спектра прямой волны при $F = 4.0$, $d_2 = -0.02$, $\beta_0 = 0.01$, $n_{sp} = 1$ для $\beta = 10.0$. Цветовая шкала на панели (б) показывает модуль спектральных компонент $|a_{1\mu}|$ в логарифмическом масштабе

ше, чем спектра треугольного импульса (ср. рис. 8 *d* или рис. 9 *d* и рис. 10 *c*), что подтверждает сходство с когерентными импульсами с ограниченным спектром в работе [51]. Однако мощность внутри резонатора в платиционном режиме значительно меньше, чем в режиме треугольного импульса (ср. рис. 8 *a* и 10 *a*), это же касается и эффективности преобразования накачки в гребенку (при генерации платикона при критической связи эффективность преобразования в ОЧГ в обратной волне 9.8%, что равно полной эффективности преобразования ввиду слабости прямой волны; эффективность преобразования накачки в ОЧГ в прямой волне 20.6% и полная эффективность при генерации треугольного импульса 23.1%). Генерация платикона также требует аккуратного выбора начального значения отстройки частоты для накачки низкочастотной ветви, что не требуется для генерации треугольного импульса. Кроме того, мы проверили, что для того же самого значения ДГС генерация платиконов при накачке расщепленной моды происходит при $F > 2.0$. Таким образом, пороговая мощность накачки более чем в 2.7 раза выше, чем для генерации треугольного импульса.

При дальнейшем увеличении коэффициента расщепления β описанные выше скачки мощности внутри резонатора становятся менее явными, и в основном наблюдается только генерация треугольных импульсов с гладким профилем.

Можно заметить на рис. 8, 11, что для малых β начальная точка α_{gen} (величина отстройки, соответствующая началу генерации гребенки при сканировании частоты) сдвигается в область малых значений отстройки с ростом β , а спектральная об-

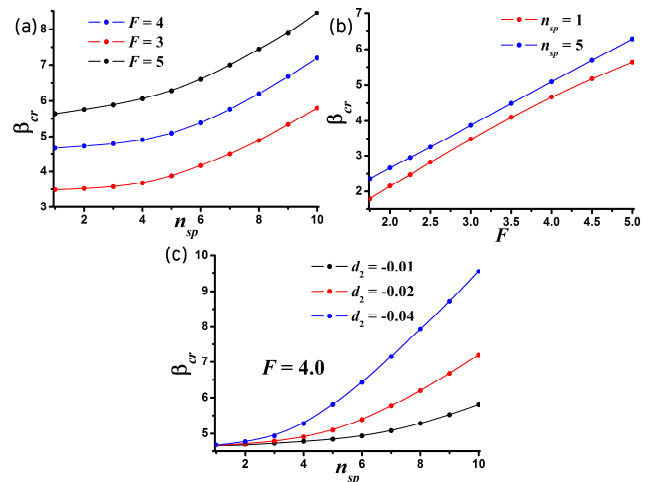


Рис. 12. Зависимости критического значения величины расщепления моды β_{cr} от номера расщепленной моды n_{sp} для различных значений амплитуды накачки F (а), от величины амплитуды накачки для случаев, когда расщепленной моды является мода с номером n_{sp} (б) и от номера расщепленной моды n_{sp} для различных значений коэффициента дисперсии d_2 (с). На всех панелях $\beta_0 = 0.01$. Для верхних панелей $d_2 = -0.02$

ласть генерации становится шире, но после некоторого значения величины расщепления направление сдвига меняется, и область генерации начинает сужаться.

Для достаточно больших коэффициентов расщепления может появиться область неустойчивости внутри области генерации (ср. рис. 8 *a* и 11 *a*). Импульсы в этой области локализованные, но их профили и мощность испытывают сильные осцилляции при распространении, в то время как вне области неустойчивости энергия импульсов остается постоянной при распространении. При этом область неустойчивости становится шире с ростом коэффициента расщепления β (рис. 11). При больших значениях β генерация устойчивых треугольных импульсов становится невозможна для больших отстроек вблизи границы области генерации. В этом случае режимы устойчивой генерации возможны только вблизи нижней границы области генерации, т. е. для малых отстроек частоты, в которых возбуждаются только низкоконтрастные и слаболокализованные импульсы.

Качественно те же самые результаты наблюдались для различных значений d_2 и β_0 , включая $\beta_0 = 0$, так как условия фазового синхронизма определяются преимущественно величиной расщепления резонанса β и в меньшей степени малым внутренним значением расщепления β_0 .

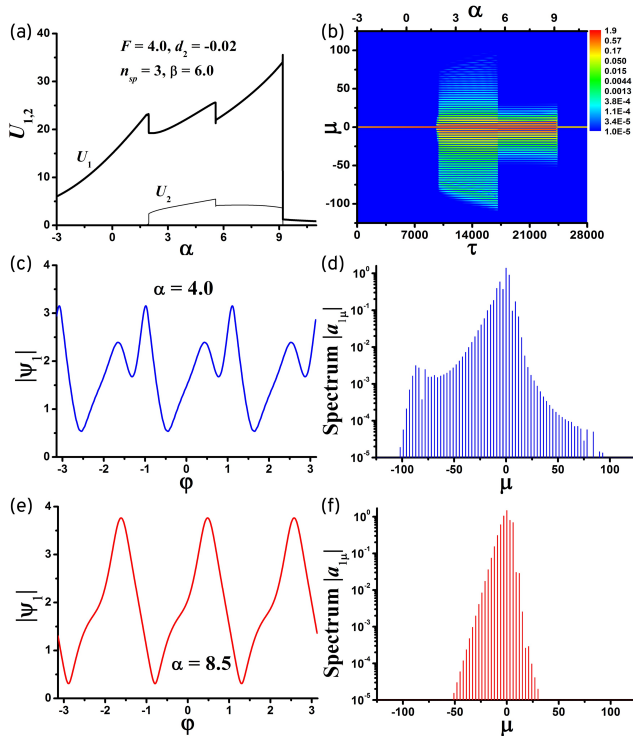


Рис. 13. Эволюция (а) мощности внутри резонатора (жирная линия показывает мощность прямой волны U_1 , тонкая линия – мощность обратной волны U_2) и (b) спектр прямой волны при перестройке накачки частоты. Цветовая шкала на панели (b) показывает модуль спектральных компонент $|a_{1,\mu}|$ в логарифмическом масштабе. (c, e) Амплитудные профили и (d, f) спектры прямой волны генерируемого сигнала для различных значений отстройки частоты накачки. Во всех случаях $F = 4.0$, $d_2 = -0.02$, $\beta = 6.0$, $\beta_0 = 0.01$, $n_{sp} = 3$

Было обнаружено, что генерация ОЧГ также возможна для случаев, когда накачиваемая и расщепленная моды отстоят дальше друг от друга, чем рассматривалось выше, т.е. для $n_{sp} > 1$. Оказалось, что критическое значение величины расщепления β_{cr} возрастает с ростом n_{sp} (см. рис. 12 а), и, таким образом, для фиксированной величины расщепления β максимальный интервал n_{sp} ограничен сверху. Также было обнаружено, что β_{cr} возрастает с ростом амплитуды накачки F (рис. 12 б) и с ростом абсолютного значения дисперсионного коэффициента d_2 (рис. 12 с). Такие зависимости связаны с условиями фазового синхронизма для оптических параметрических осцилляций при нормальной ДГС и хорошо согласуются с экспериментальными результатами, приведенными в работе [48]: чем больше дисперсия и сдвиг мод, обусловленный керровской нелинейностью и зависящий от амплитуды накачки,

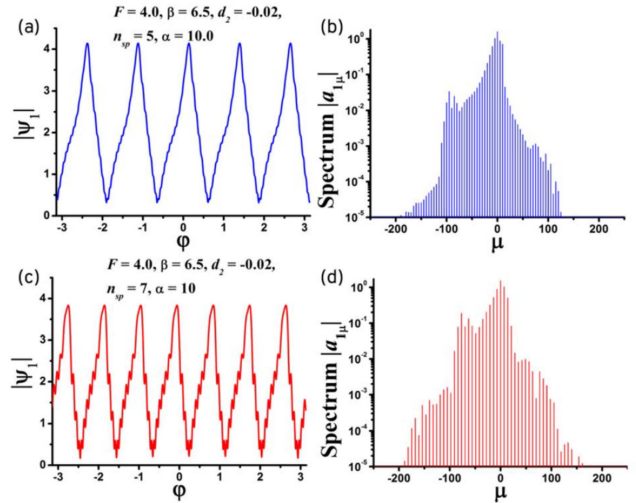


Рис. 14. (а, с) Амплитудные профили и (b, d) спектры прямой волны генерируемого сигнала для (а, b) $d_2 = -0.02$, $n_{sp} = 5$ и (с, d) $d_2 = -0.02$, $n_{sp} = 7$. Во всех случаях $F = 4.0$, $\beta = 6.5$, $\beta_0 = 0.01$, $\alpha = 10.0$

тем больше должно быть расщепление, чтобы сбалансировать их вклад. В работе [46] было показано, что минимальная величина расщепления моды, необходимая для формирования платикона, возрастает с F . Кроме того, из рис. 12 можно заключить, что для возбуждения обсуждаемых сигналов эффективная амплитуда накачки должна быть меньше, чем некоторое критическое значение, зависящее от β , n_{sp} и d_2 . Схожие зависимости критического значения величины расщепления от амплитуды накачки и дисперсии были получены в работе [23], где анализировалась модель, основанная на одном обобщенном уравнении Луджиато – Лефевра с дополнительным фазовым сдвигом конкретной моды. Однако система, рассматриваемая в настоящем исследовании, отличается тем, что в ней присутствуют обратная волна, а также линейная и нелинейная связи между волнами, распространяющимися навстречу друг другу, что не учитывалось в работе [23]. Отметим, что с ростом значения дисперсии, число генерируемых линий гребенки уменьшается, импульсы становятся более гладкими и локализованными и, аналогично [48], где $d_2 = -0.37$, можно рассматривать не генерацию импульсов, а реализацию оптических параметрических осцилляций. В [46] было показано, что, контролируя ширину волноводного кольца, можно эффективно изменять величину ДГС.

Для $n_{sp} > 1$ мы наблюдали почти такую же динамику генерации, как и для $n_{sp} = 1$ (ср. рис. 8 и 13 а, б). Мы обнаружили, что для больших n_{sp} мо-

жет существовать большее число уровней, соответствующих импульсным профилям с различной степенью гладкости. Важно, что спектральная ширина генерируемого сигнала становится больше (ср. спектры на рис. 8 и 13). В то же самое время временной профиль представляет собой периодическую последовательность из n_{sp} эквидистантно расположенных более узких треугольников, похожую на солитонный кристалл (см. рис. 13 *c-f*). Интервал гребенки равен $n_{sp}D_1$. Однако, в отличие от случая светлого солитонного кристалла, в рассматриваемом случае рост числа импульсов не обеспечивает более высокую мощность внутри резонатора и более высокую эффективность преобразования мощности накачки (для рассматриваемых параметров эффективность преобразования мощности накачки в ОЧГ в прямой волне составляет 20.6%, а полная эффективность преобразования — 23.1% в режиме критической связи для одного импульса; для трех импульсов соответствующие значения эффективности составляют 18.7% и 22.3%).

Нужно отметить, что в то время как для малых интервалов уширение спектра генерируемого сигнала с ростом интервала между накачиваемой и расщепленной модами четко видно (ср. спектры для $n_{sp} = 1$ на рис. 8, для $n_{sp} = 3$ на рис. 13 и для $n_{sp} = 5$ на рис. 14), для больших интервалов этот эффект менее заметен (ср. спектры для $n_{sp} = 5$ и $n_{sp} = 7$ на рис. 14). Также надо отметить, что для более высоких значений n_{sp} амплитудный профиль становится менее гладким (см. рис. 14 *c*), но этот эффект может быть скомпенсирован уменьшением абсолютного значения коэффициента ДГС. Уменьшение величины ДГС, которого можно добиться подбором ширины кольцевого резонатора [46], может также привести к увеличению спектральной ширины генерируемого сигнала.

Отметим, что такие последовательности импульсов распространяются, как и одиночные импульсы, без изменения амплитудного профиля, но с небольшим дрейфом, если перестройка частоты накачки останавливается. Как и в случае, когда $n_{sp} = 1$, для $n_{sp} > 1$ при больших значениях β появляются области неустойчивости.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе были численно проанализированы разнообразные режимы генерации и распространения импульсных сигналов в фотонно-кристаллических микрорезонаторах с нормальной

дисперсией групповых скоростей. Такие фотонно-кристаллические микрорезонаторы позволяют создавать спектральное расщепление определенных мод, что дает возможность эффективно управлять дисперсионными свойствами всей структуры и обеспечивает выполнение условий фазового синхронизма для процесса генерации оптической частотной гребенки. В данной работе были рассмотрены как случаи, когда накачка осуществляется в расщепленную моду, так и случаи, когда накачка осуществляется в другие моды.

Было показано, что если осуществляется накачка расщепленной моды, то возможна не только эффективная генерация солитонного импульса с прямоугольным профилем (или платикона), но и контролируемое управление направлением его распространения внутри резонатора. Изменяя частоту накачки, можно обратимо переключаться между режимами с платиконном в прямой либо в обратной волне. Был определен диапазон параметров для наблюдения данного эффекта: чем больше величина амплитуды накачки, тем больше должно быть значение величины расщепления моды. При достаточно больших значениях амплитуды накачки результат процесса становится не детерминированным, а вероятностным, зависящим от начальных условий.

Если же осуществляется накачка не расщепленной моды, а соседних с ней мод, то можно возбудить или одиночный широкий импульс треугольной формы, или периодическую последовательность таких импульсов в зависимости от спектрального интервала между накачиваемой и расщепленной модами. В работе исследованы свойства генерируемых сигналов треугольной формы и условия их возбуждения. Преимуществом данного подхода является то, что этот процесс будет иметь низкий порог по мощности накачки и высокую эффективность преобразования накачки в оптическую частотную гребенку.

Выявленные режимы расширяют понимание динамики нелинейно-оптических процессов в фотонно-кристаллических микрорезонаторах с нормальной дисперсией групповых скоростей и открывают новые возможности для их практического применения.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 24-22-00190).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Вклад авторов равноценен.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. S. Ilchenko and A. B. Matsko, *Optical Resonators with Whispering-Gallery Modes – Part II: Applications*, IEEE J. Sel. Top. Quant. Electron. **12**, 15 (2006), doi: 10.1109/JSTQE.2005.862943.
2. D. V. Strekalov, C. Marquard, A. B. Matsko et al., *Nonlinear and Quantum Optics with Whispering Gallery Resonators*, J. Opt. **18**, 123002 (2016), doi: 10.1088/2040-8978/18/12/123002.
3. G. Lin, A. Coillet, and Y. K. Chembo, *Nonlinear Photonics with High-Q Whispering-Gallery-Mode Resonators*, Adv. Opt. Photonics **9**, 828 (2017), doi: 10.1364/AOP.9.000828.
4. T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost, C. Y. Wang, N. M. Kondratiev, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, *Temporal Solitons in Optical Microresonators*, Nat. Photonics **8**, 145 (2014), doi: 10.1038/nphoton.2013.343.
5. T. J. Kippenberg, A. L. Gaeta, M. Lipson, and M. L. Gorodetsky, *Dissipative Kerr Solitons in Optical Microresonators*, Science **361**, eaan8083 (2018), doi: 10.1126/science.aan8083.
6. M. Nie, Y. Xie, B. Li, and S. W. Huang, *Photonic Frequency Microcombs Based on Dissipative Kerr and Quadratic Cavity Solitons*, Prog. Quantum Electron. **86**, 100437 (2022), doi: 10.1016/j.pquantelec.2022.100437.
7. A. Pasquazi, M. Peccianti, L. Razzari, D. J. Moss, S. Coen, M. Erkintalo, Y. K. Chembo, T. Hansson, S. Wabnitz, P. Del’Haye, X. Xue, A. M. Weiner, and R. Morandotti, *Microcombs: A Novel Generation of Optical Sources*, Phys. Rep. **729**, 1 (2018), doi: 10.1016/j.physrep.2017.08.004.
8. A. L. Gaeta, M. Lipson, and T. J. Kippenberg, *Photonic-Chip-Based Frequency Combs*, Nat. Photonics **13**, 158 (2019), doi: 10.1038/s41566-019-0358-x.
9. A. Kovach, D. Chen, J. He, H. Choi, A. H. Dogan, M. Ghasemkhani, H. Taheri, and A. M. Armani, *Emerging Material Systems for Integrated Optical Kerr Frequency Combs*, Adv. Opt. Photonics **12**, 135 (2020), doi: 10.1364/AOP.376924.
10. S. B. Papp, K. Beha, P. Del’Haye, F. Quinlan, H. Lee, K. J. Vahala, and S. A. Diddams, *Microresonator Frequency Comb Optical Clock*, Optica **1**, 10 (2014), doi: 10.1364/OPTICA.1.000010.
11. J. Riemensberger, A. Lukashchuk, M. Karpov, W. Weng, E. Lucas, J. Liu, and T. J. Kippenberg, *Massively Parallel Coherent Laser Ranging Using a Soliton Microcomb*, Nature **581**, 164 (2020), doi: 10.1038/s41586-020-2239-3.
12. P. Marin-Palomo, J. N. Kemal, M. Karpov, A. Kordts, J. Pfeifle, M. H. P. Pfeiffer, P. Trocha, V. Brasch, S. Wolf, M. H. Anderson, R. Rosenberger, K. Vijayan, W. Freude, T. J. Kippenberg, and C. Koos, *Microresonator-Based Solitons for Massively Parallel Coherent Optical Communications*, Nature **546**, 274 (2017), doi: 10.1038/nature22387.
13. J. Feldmann, N. Youngblood, M. Karpov, H. Gehring, X. Li, M. Stappers, M. Le Gallo, X. Fu, A. Lukashchuk, A. S. Raja, J. Liu, C. D. Wright, A. Sebastian, T. J. Kippenberg, W. H. P. Pernice, and H. Bhaskaran, *Parallel Convolutional Processing Using an Integrated Photonic Tensor Core*, Nature **589**, 52 (2021), doi: 10.1038/s41586-020-03070-1.
14. M.-G. Suh, X. Yi, Y.-H. Lai, S. Leifer, I. S. Grudinin, G. Vasisht, E. C. Martin, M. P. Fitzgerald, G. Doppmann, J. Wang, D. Mawet, S. B. Papp, S. A. Diddams, C. Beichman, and K. Vahala, *Searching for Exoplanets Using a Microresonator Astrocomb*, Nat. Photonics **13**, 25 (2019), doi: 10.1038/s41566-018-0312-3.
15. Y. Sun, J. Wu, M. Tan, X. Xu, Y. Li, R. Morandotti, A. Mitchell, and D. J. Moss, *Applications of Optical Microcombs*, Adv. Opt. Photonics **15**, 86 (2023), doi: 10.1364/AOP.470264.
16. C. Godey, I. V. Balakireva, A. Coillet, and Y. K. Chembo, *Stability Analysis of the Spatiotemporal Lugiato-Lefever Model for Kerr Optical Frequency Combs in the Anomalous and Normal Dispersion Regimes*, Phys. Rev. A **89**, 063814 (2014), doi: 10.1103/PhysRevA.89.063814.
17. X. Xue, M. Qi, and A. M. Weiner, *Normal-Dispersion Microresonator Kerr Frequency Combs*, Nanophotonics **5**, 244 (2016), doi: 10.1515/nanoph-2016-0016.
18. P. Parra-Rivas, E. Knobloch, D. Gomila, and L. Gelens, *Dark Solitons in the Lugiato-Lefever Equation with Normal Dispersion*, Phys. Rev. A **93**, 063839 (2016), doi: 10.1103/PhysRevA.93.063839.
19. S. Fujii and T. Tanabe, *Dispersion Engineering and Measurement of Whispering Gallery Mode Microresonator for Kerr Frequency Comb Generation*, Nanophotonics **9**, 1087 (2020), doi: 10.1515/nanoph-2019-0497.

20. E. Lucas, S.-P. Yu, T. C. Briles, D. R. Carlson, and S. B. Papp, *Tailoring Microcombs with Inverse-Designed, Meta-Dispersion Microresonators*, Nat. Photonics **17**(11), 943 (2023), doi: 10.1038/s41566-023-01252-7.
21. V. E. Lobanov, G. Lihachev, T. J. Kippenberg, and M. L. Gorodetsky, *Frequency Combs and Platicons in Optical Microresonators with Normal GVD*, Opt. Express **23**, 7713 (2015), doi: 10.1364/OE.23.007713.
22. X. Xue, Y. Xuan, Y. Liu, P.-H. Wang, S. Chen, J. Wang, D. E. Leaird, M. Qi, and A. M. Weiner, *Mode-Locked Dark Pulse Kerr Combs in Normal-Dispersion Microresonators*, Nat. Photonics **9**, 594 (2015), doi: 10.1038/nphoton.2015.137.
23. Z.-R. Yang and P.-H. Wang, *Stability Analysis of Mode-Coupling-Assisted Microcombs in Normal Dispersion*, Opt. Express **30**, 37637 (2022), doi: 10.1364/OE.469362.
24. Ó. B. Helgason, M. Girardi, Z. Ye, F. Lei, J. Schröder, and V. Torres-Company, *Surpassing the Nonlinear Conversion Efficiency of Soliton Microcombs*, Nat. Photonics **17**, 992 (2023), doi: 10.1038/s41566-023-01280-3.
25. N. S. Tatarinova, A. E. Shitikov, G. V. Grechko, A. F. Vorobyev, A. V. Masalov, I. A. Bilenko, D. A. Chermoshentsev, and V. E. Lobanov, *Optimization Threshold for Degenerate Optical Parametric Oscillations in a Bichromatically Pumped Microresonator*, Phys. Rev. Appl. **24**, 024010 (2025), doi: 10.1103/xphr-cml2.
26. X. Xue, Y. Xuan, P.-H. Wang, Y. Liu, D. E. Leaird, M. Qi, and A. M. Weiner, *Normal-Dispersion Microcombs Enabled by Controllable Mode Interactions*, Laser Photonics Rev. **9**, L23 (2015), doi: 10.1002/lpor.201500107.
27. S. Fujii, Y. Okabe, R. Suzuki, T. Kato, A. Hori, Y. Honda, and T. Tanabe, *Analysis of Mode Coupling Assisted Kerr Comb Generation in Normal Dispersion System*, IEEE Photon. J. **10**, 1 (2018), doi: 10.1109/JPHOT.2018.2865417.
28. B. Y. Kim, Y. Okawachi, J. K. Jang, M. Yu, X. Ji, Y. Zhao, C. Joshi, M. Lipson, and A. L. Gaeta, *Turn-Key, High-efficiency Kerr Comb Source*, Opt. Lett. **44**, 4475 (2019).
29. X. Xue, X. Zheng, and B. Zhou, *Super-Efficient Temporal Solitons in Mutually Coupled Optical Cavities*, Nat. Photonics **13**, 616 (2020), doi: 10.1038/s41566-019-0436-0.
30. Ó. B. Helgason, F. R. Arteaga-Sierra, Z. Ye, K. Twayana, P. A. Andrekson, M. Karlsson, J. Schröder, and V. Torres-Company, *Dissipative Solitons in Photonic Molecules*, Nat. Photonics **15**, 305 (2021), doi: 10.1038/s41566-020-00757-9.
31. I. Rebolledo-Salgado, C. Quevedo-Galán, Ó. B. Helgason, A. Lööf, Z. Ye, F. Lei, J. Schröder, M. Zelan, and V. Torres-Company, *Platicon Dynamics in Photonic Molecules*, Commun. Phys. **6**, 303 (2023), doi: 10.1038/s42005-023-01424-5.
32. S. Sanyal, Y. Okawachi, Y. Zhao, B. Y. Kim, K. J. McNulty, M. Lipson, and A. L. Gaeta, *Nonlinear Dynamics of Coupled-Resonator Kerr Combs*, Phys. Rev. Lett. **134**, 123801 (2025), doi: 10.1103/PhysRevLett.134.123801.
33. A. Arbabi, Y. M. Kang, Ch.-Y. Lu, E. Chow, and L. L. Goddard, *Realization of a Narrowband Single Wavelength Microring Mirror*, Appl. Phys. Lett. **99**, 091105 (2011), doi: 10.1063/1.3633111.
34. X. Lu, S. Rogers, W. C. Jiang, and Q. Lin, *Selective Engineering of Cavity Resonance for Frequency Matching in Optical Parametric Processes*, Appl. Phys. Lett. **105**, 151104 (2014), doi: 10.1063/1.4898001.
35. S.-P. Yu, D. C. Cole, H. Jung, G. T. Moille, K. Srinivasan, and S. B. Papp, *Spontaneous Pulse Formation in Edgeless Photonic Crystal Resonators*, Nat. Photonics, **15**, 461 (2021), doi: 10.1038/s41566-021-00800-3.
36. H. Liu, A. Carollo, J. Zang, and S. B. Papp, *Next-Generation Soliton Frequency Combs in Photonic-Crystal and Nanocomposite Microresonators*, arXiv:2508.13393 (2025).
37. S. P. Yu, E. Lucas, J. Zang, and S. B. Papp, *A Continuum of Bright and Dark-Pulse States in a Photonic-Crystal Resonator*, Nat. Commun. **13**, 3134 (2022), doi: 10.1038/s41467-022-30774-x.
38. X. Lu, A. McClung, and K. Srinivasan, *High-Q Slow Light and Its Localization in a Photonic Crystal Microring*, Nat. Photonics **16**, 66 (2022), doi: 10.1038/s41566-021-00912-w.
39. J. A. Black, G. Brodnik, H. Liu, S.-P. Yu, D. R. Carlson, J. Zang, T. C. Briles, and S. B. Papp, *Optical-Parametric Oscillation in Photonic-Crystal Ring Resonators*, Optica **9**, 1183 (2022), doi: 10.1364/OPTICA.469210.

40. G. Brodnik, L. M. Williams, H. Liu, D. R. Carlson, A. Dan, J. A. Black, and S. B. Papp, *Activating High-Power Parametric Oscillation in Photonic-Crystal Resonators*, arXiv:2504.07947 (2025).
41. A. E. Ulanov, B. Ruhnke, T. Wildi, and T. Herr, *Quadrature Squeezing in a Nanophotonic Microresonator*, Nat. Commun. **16**, 10791 (2025), doi: 10.1038/s41467-025-66703-x.
42. Ki Y. Yang, C. Shirpurkar, A. D. White, J. Zang, L. Chang, F. Ashtiani, M. A. Guidry, D. M. Lukin, S. V. Pericherla, J. Yang, H. Kwon, J. Lu, G. H. Ahn, K. Van Gasse, Y. Jin, S.-P. Yu, T. C. Briles, J. R. Stone, D. R. Carlson, H. Song, K. Zou, H. Zhou, K. Pang, H. Hao, L. Trask, M. Li, A. Netherton, L. Rechtman, J. S. Stone, J. L. Skarda, L. Su, D. Vercruyssen, J.-P. W. MacLean, S. Aghaieimibodi, M.-J. Li, D. A. B. Miller, D. M. Marom, A. E. Willner, J. E. Bowers, S. B. Papp, P. J. Delfyett, F. Aflatouni, and J. Vučković, *Multi-Dimensional Data Transmission Using Inverse-Designed Silicon Photonics and Microcombs*, Nat. Commun. **13**, 7862 (2022), doi: 10.1038/s41467-022-35446-4.
43. G. Moille, X. Lu, J. Stone, D. Westly, and K. Srinivasan, *Fourier Synthesis Dispersion Engineering of Photonic Crystal Microrings for Broadband Frequency Combs*, Commun. Phys. **6**, 144 (2023), doi: 10.1038/s42005-023-01253-6.
44. X. Lu, A. Chanana, Y. Sun, A. McClung, M. Davanco, and K. Srinivasan, *Band Flipping and Bandgap Closing in a Photonic Crystal Ring and Its Applications*, Opt. Express **32**, 20360 (2024), doi: 10.1364/OE.521350.
45. A. E. Ulanov, T. Wildi, N. G. Pavlov, J. D. Jost, M. Karpov, and T. Herr, *Synthetic Reflection Self-Injection-Locked Microcombs*, Nat. Photonics **18**, 294 (2024), doi: 10.1038/s41566-023-01367-x.
46. G. Spektor, J. Zang, A. Dan, T. C. Briles, G. M. Brodnik, H. Liu, J. A. Black, D. R. Carlson, and S. B. Papp, *Photonic Bandgap Microcombs at 1064 nm*, APL Photonics **9**, 021303 (2024), doi: 10.1063/5.0191602.
47. J. Zang, S.-P. Yu, H. Liu, Y. Jin, T. C. Briles, D. R. Carlson, and S. B. Papp, *Laser Power Consumption of Soliton Formation in a Bidirectional Kerr Resonator*, Nat. Photonics **19**, 510 (2025), doi: 10.1038/s41566-025-01624-1.
48. Y. Jin, E. Lucas, J. Zang, T. Briles, I. Dickson, D. Carlson, and S. B. Papp, *The Bandgap-Detuned Excitation Regime in Photonic-Crystal Resonators*, Nat. Commun. **16**, 5077 (2025), doi: 10.1038/s41467-025-60156-y.
49. X. Xue, P.-H. Wang, Y. Xuan, M. Qi, and A. M. Weiner, *Microresonator Kerr Frequency Combs with High Conversion Efficiency*, Laser Photonics Rev. **11**, 1600276 (2017), doi: 10.1002/lpor.201600276.
50. C. Lao, X. Jin, L. Chang, H. Wang, Z. Lv, W. Xie, H. Shu, X. Wang, J. E. Bowers, and Q.-F. Yang, *Quantum Decoherence of Dark Pulses in Optical Microresonators*, Nat. Commun. **14**, 1802 (2023), doi: 10.1038/s41467-023-37475-z.
51. Y. Liu, Y. Xuan, X. Xue, P.-H. Wang, S. Chen, A. J. Metcalf, J. Wang, D. E. Leaird, M. Qi, and A. M. Weiner, *Investigation of Mode Coupling in Normal-Dispersion Silicon Nitride Microresonators for Kerr Frequency Comb Generation*, Optica **1**, 137 (2014), doi: 10.1364/OPTICA.1.000137.
52. N. M. Kondratiev and V. E. Lobanov, *Modulational Instability and Frequency Combs in Whispering-Gallery-Mode Microresonators with Backscattering*, Phys. Rev. A **101**, 013816 (2020), doi: 10.1103/PhysRevA.101.013816.
53. D. V. Skryabin, *Hierarchy of Coupled Mode and Envelope Models for Bidirectional Microresonators with Kerr Nonlinearity*, OSA Continuum **3**, 1364 (2020), doi: 10.1364/OSAC.392211.
54. V. E. Lobanov, O. V. Borovkova, A. K. Vorobyev, V. I. Pavlov, D. A. Chermoshentsev, and I. A. Bilenko, *Fragmentation of Stability Domains of Dark Solitons, Dark Breathers, and Drifting Solitons at High Pump Intensities in Normal-Dispersion Kerr Microresonators*, Phys. Rev. A **109**, 033524 (2024), doi: 10.1103/PhysRevA.109.033524.
55. N. M. Kondratiev, V. E. Lobanov, N. Y. Dmitriev, S. J. Cordette, and I. A. Bilenko, *Analysis of Parameter Combinations for Optimal Soliton Microcomb Generation Efficiency in a Simple Single-Cavity Scheme*, Phys. Rev. A **107**, 063508 (2020), doi: 10.1103/PhysRevA.107.063508.
56. P.-H. Wang, K.-L. Chiang, and Z.-R. Yang, *Study of Microcomb Threshold Power with Coupling Scaling*, Sci. Rep. **11**, 9935 (2021), doi: 10.1038/s41598-021-89411-0.

Generation and Control of the Propagation Regimes of the Pulse States in Photonic-Crystal Microresonators With Normal Group Velocity Dispersion

V. E. Lobanov^a, O. V. Borovkova^a, D. A. Chermoshentsev^{a,b}

^a Russian Quantum Center

121205, Moscow Russia

^b Moscow Institute for Physics and Technology

141701, Dolgoprudny, Moscow Region, Russia

Abstract

We numerically studied the different regimes of generation and propagation of pulse signals in photonic-crystal microresonators with normal group velocity dispersion. The addressed photonic-crystal structure provides the spectral splitting of certain modes of the microresonator and therefore allows controlling its dispersion properties so that the phase-matching conditions for optical frequency comb generation process are satisfied efficiently. In the paper it was demonstrated that when the split mode is pumped it is possible not only the efficient generation of the solitonic pulse with rectangular profile (or platicon), but also the controllable switching of the platicon propagation direction. During the pump frequency scan it is possible to switch between the regimes with the platicon in either forward or backward wave reversibly. In this work the parameter range required for this phenomenon is determined: larger pump amplitudes require larger pump mode-splitting values. At sufficiently high pump amplitudes, the outcome of this process becomes probabilistic, depending on the particular realization of the input conditions. It was also shown that pumping the modes neighboring to the split one allows exciting either single wide pulse with the triangular shape or periodic sequence of such pulses depending on the spectral interval between the pumped and split modes. The advantage of such an approach is that the discussed process has a smaller pump power threshold and high pump-to-comb conversion efficiency. In this work the properties and generation conditions of the signals with triangular form are explored.

Keywords: optical frequency combs, solitons, platicons, photonic-crystal microresonators, normal group velocity dispersion

Funding. The work was financially supported by the Russian Science Foundation (project № 24-22-00190).

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

Author's contributions. The contribution of the authors is equivalent.