

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ФОТОННОГО КОЛЬЦА ПО ЕГО ФУНКЦИИ ВИДНОСТИ В МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

*С. В. Чернов**

*Астрокосмический центр,
Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
117997, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 25 ноября 2025 г.,
после переработки 25 ноября 2025 г.
Принята к публикации 19 декабря 2025 г.

Фотонные кольца с порядковыми номерами $n = 1, 2, \dots$ — это области вблизи горизонта событий черной дыры, в которых световые лучи совершают целое число полуоборотов вокруг горизонта событий прежде, чем достигнут наблюдателя. Такие кольца играют ключевую роль в формировании изображения черной дыры. Космическая обсерватория Миллиметрон способна наблюдать первое фотонное кольцо сверхмассивных черных дыр в таких источниках, как M87* и Sgr A*. Это открывает новые возможности для изучения параметров черных дыр и условий вблизи горизонта событий. В работе разрабатываются методы определения параметров фотонных колец на основе трехмерных магнитогидродинамических моделей, что в дальнейшем позволит определить спин черной дыры.

Ключевые слова: образы черных дыр, космическая радиоинтерферометрия, функция видности

DOI: 10.7868/S3034641X26020066

1. ВВЕДЕНИЕ

Космическая обсерватория Миллиметрон, оснащенная антенной диаметром 10 м, будет запущена в точку Лагранжа L_2 [1–3]. В сочетании с наземными радиотелескопами она сможет проводить наземно-космические радиоинтерферометрические наблюдения, включая возможность детектирования первых фотонных колец от сверхмассивных черных дыр в таких радиосточниках, как M87* и Sgr A*. Данные фотонные кольца содержат ценную информацию о геометрии пространства-времени в условиях сильного гравитационного поля, позволяя оценить такие параметры, как масса, спин и угол наклона наблюдателя относительно оси вращения черной дыры. Кроме того, наблюдение фотонных колец позволит получить сведения о состоянии плазмы и магнитного поля вблизи горизонта событий. Измерение этих данных является главной целью миссии Миллиметрон, это откроет новые возможности для про-

верки общей теории относительности в сверхсильных гравитационных полях.

Согласно общей теории относительности, фотонные кольца вокруг черных дыр вложены друг в друга и являются почти круговыми. Радиус первого фотонного кольца у сверхмассивных черных дыр, таких как M87* и Sgr A*, составляет примерно 20 микросекунд (мкс) дуги [4, 5], а его ширина $w \approx 1\text{--}5$ мкс дуги. Первое фотонное кольцо имеет конечную ширину, которая будет проявляться в виде первого нуля огибающей функции видности при базах $u \sim 1/w$ [6], что составляет 3–4 диаметра Земли. На таких базах второе фотонное кольцо может внести сравнимый вклад в функцию видности, поскольку его ширина существенно меньше и, следовательно, проявляться будет на тех же базах (см. [6]).

В данной работе исследуется функция видности фотонных колец с порядковыми номерами $n = 1, 2$, для которых по функции видности измеряются параметры колец — диаметр и ширина, в предположении, что наблюдатель расположен вблизи оси вращения черной дыры. В основе этого метода положены алгоритмы сопоставления функции видности с разработанными ранее аналитическими моделями

* E-mail: chernov@lpi.ru

функции видности бесконечно тонких и толстых колец [7]. Такой подход позволяет достаточно быстро и с высокой точностью оценивать параметры фотонных колец. Данный метод применяется при анализе данных, полученных с помощью трехмерных магнитогидродинамических (МГД) моделей аккреционных потоков вокруг черных дыр. Это позволяет более реалистично описывать структуру самих фотонных колец. Аналогичные методы разрабатывались ранее в работах [6], где изучалась функция видности для идеализированной модели с асимметричным гауссовым распределением яркости внутри фотонного кольца [8, 9]. В работе используется система единиц, в которой гравитационная постоянная G и скорость света c равны единице, длины выражаются в единицах G/c^2 , а время — в единицах G/c^3 .

2. МГД-МОДЕЛИРОВАНИЕ

В данном разделе рассматривается численная постановка задачи МГД-моделирования аккреции идеальной жидкости на черную дыру (см. также [10], где проводилось двумерное МГД-моделирование). Для построения изображений черных дыр было выполнено трехмерное МГД-моделирование. Рассматривался идеальный аккреционный диск, состоящий из электрон-протонной плазмы. Предполагалось, что ось вращения черной дыры совпадает с осью вращения аккреционного диска. Для моделирования использовался трехмерный код свободного доступа `iharm3d` [11, 12] со следующими начальными параметрами: в начальный момент времени задавалось торообразное распределение плазмы с внутренним радиусом аккреционного диска $r_{in} = 20$ и радиусом максимального давления $r_{max} = 41$, начальное состояние плазмы описывалось гидродинамическими уравнениями с показателем адиабаты $\Gamma \approx 1.44$, отношение газового давления к магнитному давлению задавалось равным $\beta = 10$, спин черной дыры задавался равным $a = 0.2, 0.6, 0.9375$, но в данной работе будут представлены результаты только для спина $a = 0.6$. Численное разрешение выбиралось равным $N_r \times N_\theta \times N_\phi = 320 \times 256 \times 128$ точек. Моделирование выполнялось до момента времени $t = 15000$, но для упрощения задачи результаты будут показаны для срезов при $t = 0, 1000, 2000$. Полоидальное магнитное поле задается через азимутальную компоненту векторного потенциала в виде

$$A_\phi \sim \frac{\rho}{\rho_{max}} \left(\frac{r}{r_{in}} \right)^3 \sin^3 \theta \exp(-r/r_{in}) - 0.2, \quad (1)$$

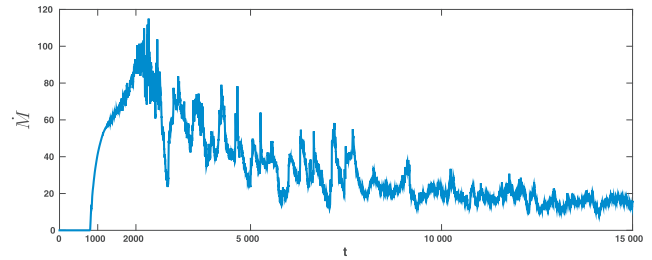


Рис. 1. Зависимость темпа аккреции идеальной жидкости на черную дыру со спином $a = 0.6$ от времени

где ρ — плотность жидкости, ρ_{max} — максимальная плотность жидкости в точке r_{max} .

На рис. 1 показана зависимость темпа аккреции электрон-протонной плазмы на черную дыру от времени для случая, когда спин черной дыры равен $a = 0.6$. Из графика видно, что темп аккреции достигает квазистационарного состояния примерно при временах $t > 3000$. Кроме того, следует отметить, что данная МГД-модель относится к типу с захваченным магнитным полем (MAD), поскольку для этой модели параметр замагниченности, определяемый как отношение магнитного потока к потоку частиц, превышает 50 [13].

3. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ФУНКЦИЙ ВИДНОСТИ

В данном разделе рассматриваются идеализированные аналитические модели фотонных колец, с помощью которых предполагается сопоставлять функции видности с кольцеобразными структурами, полученные из МГД-моделей. Главная цель такого сопоставления — определение параметров фотонных колец (радиуса и ширины) в реалистичных МГД-моделях.

Откликом радиоинтерферометра на распределение сигнала источника на небесной сфере является функция видности, которая является комплексной величиной и определяется следующим выражением [14]:

$$V(\mathbf{u}) = \int I(\mathbf{x}) e^{-2\pi i \mathbf{u} \cdot \mathbf{x}} d^2 \mathbf{x}, \quad (2)$$

где u — безразмерная проекция базы интерферометра, выраженная в единицах длины волны, x — безразмерный размер изображения источника, заданный в радианах.

Для сопоставления с численными расчетами необходимо использовать точные аналитические модели функции видности. Рассмотрим две кольце-

Таблица 1. Параметры фотонных колец для МГД-модели при времени $t = 0$, полученные в результате сопоставления модуля функции видности с аналитическими моделями

Частота, ГГц	$a_1, \mu\text{as}$	$b_1, \mu\text{as}$	$w, \mu\text{as}$	$r_2, \mu\text{as}$
230	20.2183	25.8673	5.65	18.6845
690	20.7755	23.4583	2.68	18.6831

образные модели: модель бесконечно тонкого кольца и модель кольца с конечной толщиной [7]. Если источником излучения на небесной сфере является бесконечно тонкое кольцо с однородной интенсивностью вдоль кольца по азимутальному углу, то функция видности в полярных координатах задается выражением [7, 15]

$$V(u) = c_0 J_0(2\pi r u), \quad (3)$$

где J_0 — функция Бесселя первого рода нулевого порядка, r — радиус кольца, c_0 — нормировочный коэффициент. В случае, когда кольцо обладает конечной толщиной и интенсивность однородна по всему кольцу, функция видности записывается как [7]

$$V(u) = \frac{c_0}{u} [b_0 J_1(2\pi b u) - a_0 J_1(2\pi a u)], \quad (4)$$

где J_1 — функция Бесселя первого рода первого порядка, b_0 — внешний радиус кольца, а a_0 — внутренний. Данные аналитические модели (3) и (4) будут сопоставлены с численными расчетами функции видности образов черных дыр, что позволит определить параметры фотонных колец [6]. Аналогичные методы рассматривались в работе [6], где образы черных дыр моделировались простыми гауссовыми асимметричными кольцами [8, 9]. В данной работе образы черных дыр будут получены из МГД-моделирования.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

Ниже рассматриваются образы черных дыр, полученные на основе МГД-моделей со спином $a = 0.6$. Эти образы были смоделированы с помощью свободного программного кода `ipole` [16, 17]. Все изображения имеют разрешение $30M \times 30M$, что для черной дыры в радиосточнике M87* примерно соответствует угловому разрешению 108.666×108.666 мкс дуги. Размер исходных изображений составляет 4096×4096 пикселей. Для упрощения анализа угол наклона наблюдателя к оси вращения черной дыры выбран равным $i = 1^\circ$. В качестве функции распределения излучающих релятивистских электронов

использовалась релятивистская тепловая функция с параметрами температуры $R_{low} = R_{high} = 1$ [18].

Все двумерные функции видности были получены при помощи программного пакета свободного доступа FINUFFT [19], который использовался для преобразования Фурье с числом точек 5000×5000 . Преобразование Фурье выполнялось вплоть до 6 диаметров Земли, а проекция базы функции видности измеряются в единицах диаметра Земли. Для сопоставления численных результатов с аналитическими моделями, описанными выражениями тонкого (3) и толстого (4) кольца, использовался метод наименьших квадратов, реализованный в библиотеке `scipy.optimize` языка Python3.

4.1. МГД-модель при $t = 0$

В данном разделе представлены результаты для начальной МГД-модели при моменте времени $t = 0$.

На рис. 2 изображены образы черных дыр для спина $a = 0.6$. Рисунок 2a соответствует частоте $\nu = 230$ ГГц, рис. 2b — $\nu = 690$ ГГц. На изображениях отчетливо различимы первое ($n = 1$, более широкое) и второе ($n = 2$) фотонные кольца. Образ аккреционного диска отсутствует, поскольку в начальный момент времени $t = 0$ он расположен на значительном расстоянии $r_{in} = 20$ от черной дыры и при данном угловом разрешении не попадает в поле зрения. Суммарный поток излучения, исходящий из двух фотонных колец, составляет $J_{230} \approx 0.34$ Ян и $J_{690} \approx 1.98$ Ян. Поток излучения, приходящий из первого фотонного кольца, равен $J_{230} \approx 0.33$ Ян и $J_{690} \approx 1.92$ Ян; из второго — $J_{230} \approx 0.01$ Ян и $J_{690} \approx 0.05$ Ян. Отношение потоков в первом и втором фотонных кольцах приблизительно равно 33 для частоты $\nu = 230$ ГГц и 38 для частоты $\nu = 690$ ГГц.

На рис. 3 представлен модуль функции видности в зависимости от проекции базы в единицах диаметра Земли для частот $\nu = 230$ ГГц (a) и 690 ГГц (b). Синяя кривая получена по формуле (2) с помощью численного интегрирования образа черных дыр из рис. 2 с использованием пакета программ FINUFFT. Далее выполнено аппроксимирование модуля функции видности с помощью суммы двух аналитических моделей — тонкого (3) и толстого (4) колец — методом наименьших квадратов из библиотеки `scipy.optimize`. Результаты параметрического сопоставления представлены в табл. 1. Красная кривая на рис. 3 — результат этого моделирования. Анализ рис. 3 демонстрирует, что простые аналитические модели достаточно хорошо описыва-

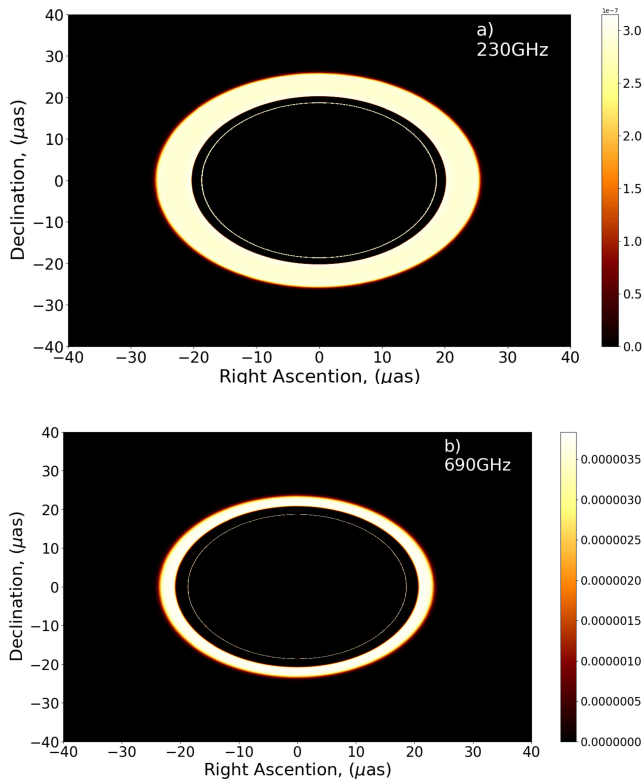


Рис. 2. Образы черных дыр, состоящие из двух фотонных колец, $n = 1, 2$, рассчитанные для МГД-модели со спином $a = 0.6$ в начальный момент времени $t = 0$ для частот $\nu = 230$ ГГц (а), 690 ГГц (б)

ют численные результаты. Полученные параметры модели (радиус и ширина колец) также находятся в хорошем согласии с результатами из численных данных.

Исходя из данных табл. 1, можно установить приближенную зависимость толщины кольца w от частоты ν в виде приближенной функции вида $w \sim \nu^{-\alpha}$. На основании полученных значений был рассчитан спектральный индекс $\alpha \approx 0.68$.

4.2. МГД-модель при $t = 1000$

В данном разделе представлены результаты для МГД-модели при времени $t = 1000$. В этом случае темп аккреции становится отличным от нуля (см. рис. 2). На рис. 4 изображены образы черных дыр на частотах $\nu = 230$ ГГц (а) и 690 ГГц (б). На этих изображениях отчетливо видна структура первого фотонного кольца. Второе фотонное кольцо размыто вследствие аккреционных потоков. Общий поток излучения в изображении составляет примерно $J_{\nu=230} \approx 0.47$ Ян и $J_{\nu=690} \approx 0.02$ Ян. Отметим,

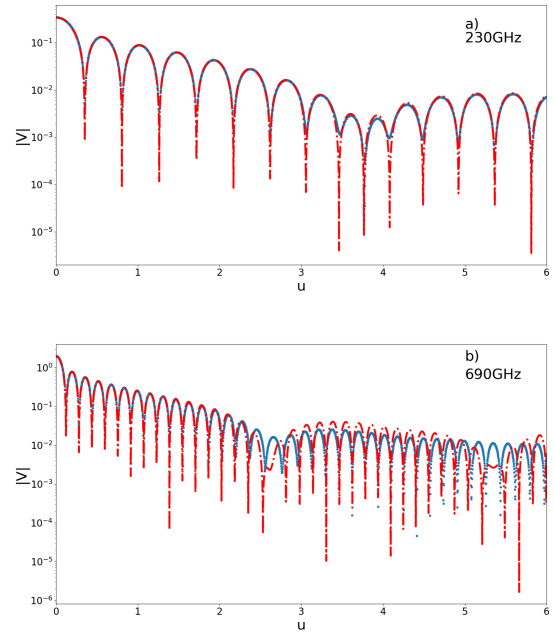


Рис. 3. Модуль функции видности в зависимости от проекции базы в единицах диаметра Земли для частот $\nu = 230$ ГГц (а), 690 ГГц (б). Синяя кривая соответствует изображению на рис. 2, где показаны первое и второе фотонные кольца. Красная кривая соответствует сопоставлению с аналитическими моделями тонкого (3) и толстого (4) колец с параметрами, приведенными в табл. 1

что в данных моделях разделить излучение, исходящее от диска и кольца, невозможно.

На рис. 5 показан модуль функции видности в зависимости от проекции базы в единицах диаметра Земли для частот $\nu = 230$ ГГц (а) и 690 ГГц (б). Синяя кривая получена по формуле (2) путем численного интегрирования изображения черной дыры, приведенного на рис. 4, с использованием пакета программ FINUFFT. Затем проведено сравнение модуля функции видности с аналитическими моделями для толстого кольца (4). Для частоты $\nu = 230$ ГГц функция видности аппроксимировалась с помощью суммы двух толстых колец, а для частоты $\nu = 690$ ГГц — с помощью одного толстого кольца. На рис. 5 красная кривая показывает результат такого сопоставления. В табл. 2 приведены параметры, полученные в результате такой аппроксимации. Результаты показывают, что изображение при частоте $\nu = 230$ ГГц достаточно хорошо описывается двумя структурами: кольцом шириной $w \approx 2.7$ мкс дуги и кольцом шириной $w \approx 19$ мкс дуги. Изображение на частоте $\nu = 690$ ГГц лучше всего моделируется одной структурой — кольцом шириной $w \approx 1$ мкс дуги.

Таблица 2. Параметры фотонных колец для МГД-модели при времени $t = 1000$, полученные при сопоставлении модуля функции видности с аналитическими моделями

Частота, ГГц	$a_1, \mu\text{as}$	$b_1, \mu\text{as}$	$c_1, \mu\text{as}$	$a_2, \mu\text{as}$	$b_2, \mu\text{as}$	$c_2, \mu\text{as}$
230	17.80	20.5000	0.0110	12.0153	30.8804	0.0023
690	18.369	19.431	0.00113			

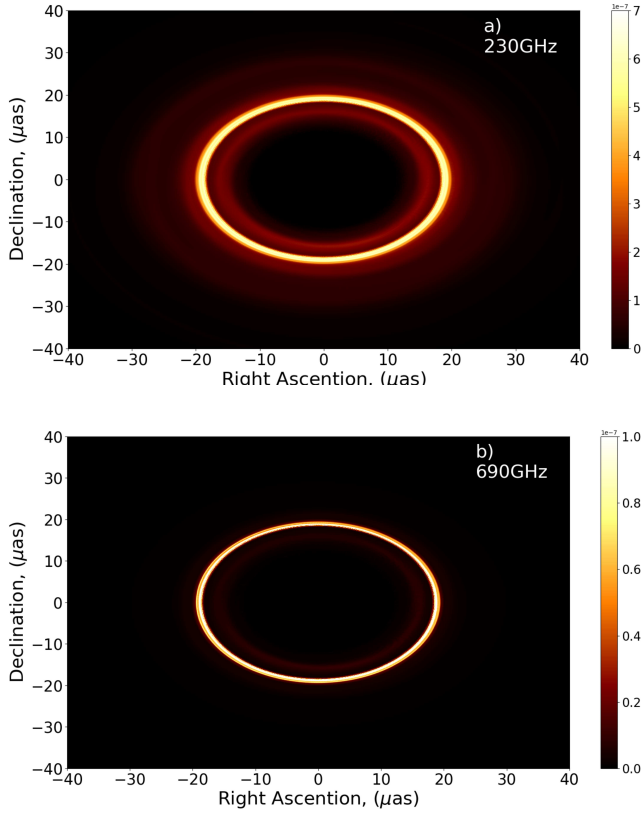


Рис. 4. Изображения черных дыр для МГД-модели при времени $t = 1000$ для частот $\nu = 230$ ГГц (а), 690 ГГц (б)

4.3. МГД-модель при $t = 2000$

В данном разделе представлены результаты для МГД-модели при моменте времени $t = 2000$. В этом случае темп аккреции приближается к максимальному значению (см. рис. 2). На рис. 6 изображены образы черных дыр на частотах $\nu = 230$ ГГц (а) и 690 ГГц (б). На этих изображениях отчетливо видна структура первого фотонного кольца, а также размытый аккреционный поток, который полностью затмил второе фотонное кольцо. Общий поток излучения в изображении составляет примерно $J_{\nu=230} \approx 0.19$ Ян и $J_{\nu=690} \approx 0.06$ Ян.

На рис. 7 показан модуль функции видности в зависимости от проекции базы в единицах диаметра Земли при частотах $\nu = 230$ ГГц (а) и 690 ГГц (б). Синяя кривая получена по формуле (2) по-

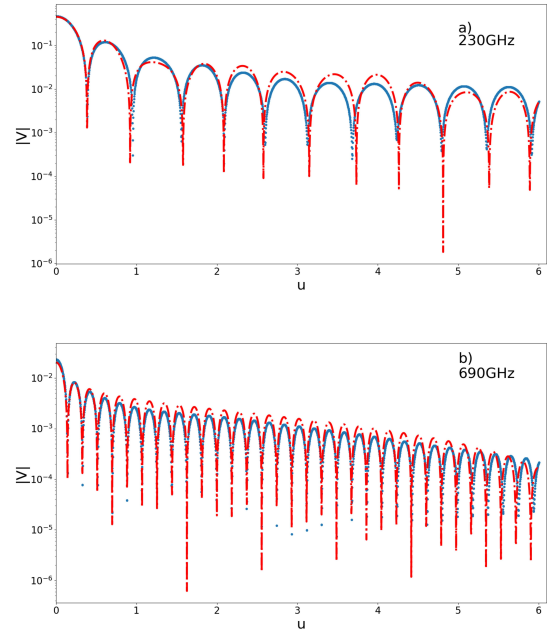


Рис. 5. Модуль функции видности в зависимости от проекции базы в единицах диаметра Земли для частот $\nu = 230$ ГГц (а), 690 ГГц (б). Синяя кривая соответствует функции видности, изображенной на рис. 4. Красная кривая — результат сопоставления с аналитическими моделями толстых (4) колец с параметрами, приведенными в табл. 2

средством численного интегрирования образа черных дыр, изображенного на рис. 6, с использованием пакета программ FINUFFT. Далее проведено сравнение модуля функции видности с аналитическими моделями толстого кольца (4). При этом для частот $\nu = 230$ и 690 ГГц функция видности аппроксимировалась с помощью суммы трех толстых колец. На рис. 7 красная кривая показывает результат такого сопоставления. В табл. 3 приведены параметры колец, полученные в результате такой аппроксимации. Результаты показывают, что изображение на частотах $\nu = 230$ и 690 ГГц достаточно хорошо описывается тремя структурами: кольцом шириной $w_{230} \approx 14$ и $w_{690} \approx 0.86$ мкс дуги, кольцом шириной $w_{230} \approx 2.4$ и $w_{690} \approx 8.7$ мкс дуги и кольцом шириной $w_{230} \approx 6.8$ и $w_{690} \approx 11$ мкс дуги.

Таблица 3. Параметры фотонных колец для МГД-модели при времени $t = 2000$, полученные при сопоставлении модуля функции видности с аналитическими моделями

Частота, ГГц	$a_1, \mu\text{as}$	$b_1, \mu\text{as}$	$c_1, \mu\text{as}$	$a_2, \mu\text{as}$	$b_2, \mu\text{as}$	$c_2, \mu\text{as}$	$a_3, \mu\text{as}$	$b_3, \mu\text{as}$	$c_3, \mu\text{as}$
230	10.9259	25.1576	0.0011	17.7223	20.1513	0.0049	12.2192	19.0090	0.0014
690	18.2443	19.0937	0.00107	11.4975	19.9711	0.00029	10.6793	23.6022	0.00005

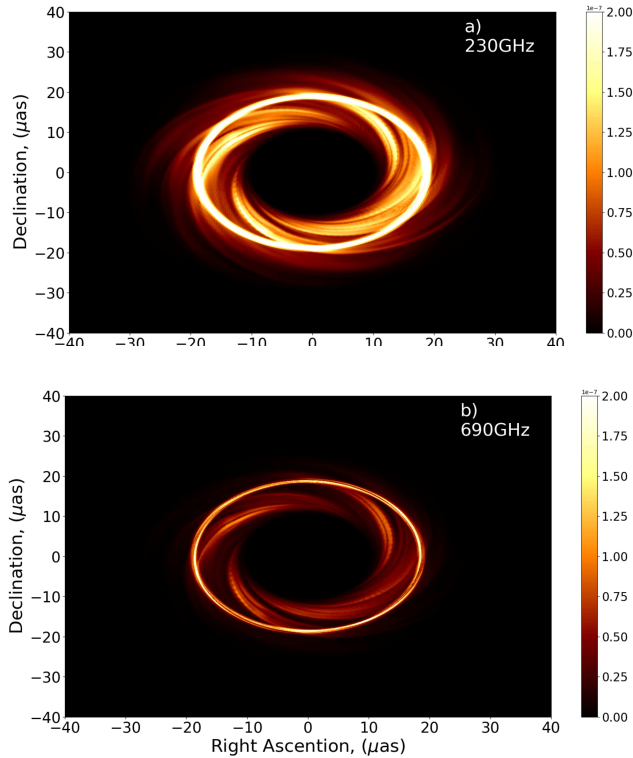


Рис. 6. Два образа черных дыр для МГД-модели при характерном времени $t = 2000$ для частот $\nu = 230$ ГГц (а), 690 ГГц (б)

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе были рассмотрены модели фотонных колец, полученные в результате МГД-моделирования аккреции идеальной жидкости на черные дыры. Были построены изображения черных дыр на двух частотах: 230 ГГц и 690 ГГц. Для каждого изображения были вычислены функции видности в зависимости от проекции базы вплоть до 6 диаметров Земли. Эти функции сопоставлялись с двумя аналитическими моделями: моделью функции видности бесконечно тонкого кольца и моделью функции видности толстого кольца.

На основе сравнения численных наблюдений и аналитических моделей функций видности были определены параметры фотонных колец, такие как диаметр кольца и его ширина. Было показано, что

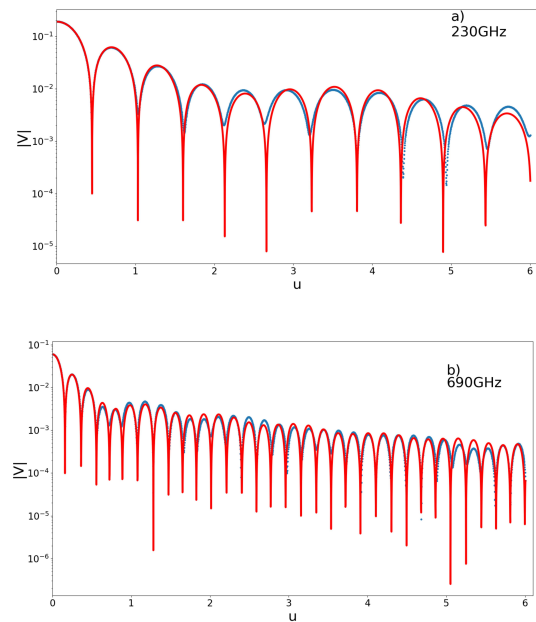


Рис. 7. Модуль функции видности в зависимости от проекции базы в единицах диаметра Земли для частот $\nu = 230$ ГГц (а), 690 ГГц (б). Синяя кривая соответствует функции видности, вычисленной на основе изображения, представленного на рис. 6. Красная кривая соответствует сопоставлению с аналитическими моделями толстых (4) колец с параметрами, приведенными в табл. 3

функция видности в указанных МГД-моделях хорошо аппроксимируется аналитическими моделями толстого кольца. В зависимости от конкретной МГД-модели сопоставление осуществлялось с помощью одного, двух или трех компонент толстого кольца. Таким образом, проведенное исследование позволило определить основные характеристики фотонных колец, а также подтвердить возможность определения их параметров посредством анализа функций видности в рамках моделирования и численных наблюдений.

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Вклад авторов равноценен.

ЛИТЕРАТУРА

1. N. S. Kardashev, I. D. Novikov, V. N. Lukash et al., *Phys.-Uspekhi* **57**, 1199 (2014) [Н. С. Кардашёв, И. Д. Новиков, В. Н. Лукаш и др., *УФН* **184**, 1319 (2014)].
2. I. D. Novikov, S. F. Likhachev, Yu. A. Shchekinov et al., *Phys.-Uspekhi* **64**, 386 (2021) [И. Д. Новиков, С. Ф. Лихачёв, Ю. А. Щекинов и др., *УФН* **191**, 404 (2021)].
3. A. G. Rudnitskiy, P. V. Mzhelskiy, M. A. Shchurov, T. A. Syachina, and P. R. Zapevalin, *Acta Astronautica* **196**, 29 (2022).
4. Event Horizon Telescope Collaboration: K. Akiyama, A. Alberdi, W. Alef, K. Asada et al., *Astrophys. J. Lett.* **875**, L1 (2019).
5. Event Horizon Telescope Collaboration: K. Akiyama, A. Alberdi, W. Alef, J. C. Algaba et al., *Astrophys. J. Lett.* **930**, L12 (2022).
6. S. V. Chernov, M. A. Shchurov, I. I. Bulygin, and A. G. Rudnitskiy, *Astron. Rep.* **102**, 1158 (2025).
7. S. V. Chernov, *JETP* **132**, 897 (2021) [С. В. Чернов, *ЖЭТФ* **159**, 1018 (2021)].
8. S. V. Chernov, *JETP* **140** (2025) [С. В. Чернов, *ЖЭТФ* **167**, 800 (2025)].
9. S. V. Chernov, *Astrophys. Bull.* (2026) [С. В. Чернов, *Астрофиз. бюллетень* (2026)].
10. S. V. Chernov, *Astron. Rep.* **65**, 110 (2021) [С. В. Чернов, *Астрон. ж.* **98**, 132 (2021)] С. В. Чернов, *Астрон. ж.* **98**, 132 (2021)].
11. C. F. Gammie, J. C. McKinney, and G. Toth, *Astrophys. J.* **589**, 444 (2003).
12. S. C. Noble, C. F. Gammie, J. C. McKinney, and L. D. Zanna, *Astrophys. J.* **641**, 626 (2006).
13. A. Sadowski, R. Narayan, J.C. McKinney, and A. Tchekhovskoy, *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **439**, 503 (2014).
14. A. R. Thompson, J. M. Moran, and G. W. J. George, *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy*, Springer (2017).
15. M. D. Johnson et al., *Sci. Adv.* **6**, 1310 (2020).
16. M. Moscibrodzka and C. F. Gammie, *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **475**, 43 (2018).
17. S. C. Noble, P. K. Leung, C. F. Gammie, and L. G. Book, *Class. Quant. Grav.* **24**, S259 (2007).
18. M. Moscibrodzka, H. Falcke, and H. Shiokawa, *Astron. Astrophys.* **586**, A38 (2016).
19. A. H. Barnett, J. F. Magland, and L. af Klinteberg, *SIAM J. Sci. Comput.* **41**, 479 (2019).

Determination of Photon Ring Parameters by Its Visibility Function in Magnetohydrodynamic Models

S. V. Chernov

Astro Space Center of Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences
117997, Moscow, Russia

Abstract

Photon rings with ordinal numbers $n = 1, 2, \dots$ are regions near the event horizon of a black hole in which light rays make an integer number of half turns around the event horizon before reaching the observer. Such rings play a key role in shaping the image of a black hole. The Millimetron Space Observatory is able to observe the first photon ring of supermassive black holes in sources such as M87* and Sgr A*. This opens up new possibilities for studying the parameters of black holes and conditions near the event horizon. The paper develops methods for determining the parameters of photonic rings based on three-dimensional magnetohydrodynamic models, which will further determine the spin of a black hole.

Keywords: images of black holes, space-VLBI, visibility function

Funding. The study was not sponsored.

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

Author's contributions. The contribution of the authors is equivalent.