ЖЭТФ/JETP, 2026, том 170, вып. 6 (12), стр. 615–624 © 2026

ПЕРЕХОДЫ МЕЖДУ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ УРОВНЯМИ ПРИ ХРАНЕНИИ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ В ГРАВИТАЦИОННО-МАГНИТНОЙ ЛОВУШКЕ

В. А. Васильева [a*], ***М. А. Захаров*** [a,b**]

[a] *Объединенный институт ядерных исследований*
141980, Дубна, Московская обл., Россия

[b] *МИРЭА — Российский технологический университет*
119454, Москва, Россия

Поступила в редакцию 31 марта 2026 г.,
после переработки 23 июля 2026 г.
Принята к публикации 26 августа 2026 г.

Проведено численное теоретическое исследование нестационарных переходов между энергетическими уровнями, возникающих при хранении ультрахолодных нейтронов в потенциальной яме, образованной гравитационным полем и магнитным полем зеркала Владимирского, в присутствии периодического внешнего воздействия. Исследование квантовой системы проводилось путем решения нестационарного уравнения Шредингера в рамках теории нестационарных возмущений. Проведен анализ эволюции волновой функции нейтронов во времени. Получена зависимость интенсивности состояний нейтронов энергетических уровней от времени для различных частот возмущения.

Ключевые слова: нейтронная физика, ультрахолодные нейтроны, гравитационные уровни, нестационарные квантовые эффекты, теория возмущений

DOI: 10.31857/S0044451026120088

1. ВВЕДЕНИЕ

Сегодня двумя из наиболее развитых экспериментальных подходов к изучению гравитации в квантовых системах являются атомная гравитационная интерферометрия [1] и гравитационная резонансная спектроскопия с ультрахолодными нейтронами [2].

Среди всего объема гравитационных исследований стоит выделить проверку слабого принципа эквивалентности Эйнштейна [3, 4], уточнение гравитационной константы взаимодействия [5] и поиск отклонений от ньютоновской гравитации на микромасштабах [6]. Отдельно стоит упомянуть экспериментальное ограничение на существование гипотетических частиц-кандидатов, объясняющих явления темной материи [7] и темной энергии [8].

Из двух упомянутых выше экспериментальных направлений атомная интерферометрия выделяется колоссальной точностью измерения гравитационного поля. Так, в лабораторных условиях была достигнута точность измерения ускорения свободного падения холодных атомов с относительной точностью 10^{-12} [3]. Тем не менее такой подход не лишен систематических погрешностей и внешних факторов, влияющих на эксперимент, таких как влияние градиента гравитационного поля и дискретности измерения положения атомов во времени [9], влияние магнитных полей и кривизны волнового фронта пучка [10].

В этом плане нейтронная гравитационная спектроскопия весьма интересна. Ее основное отличие и преимущество перед атомной интерферометрией состоит в том, что нейтрон как нейтрально заряженная частица не чувствителен к действию электрических полей, не подвержен ван-дер-ваальсовым силам, как атомы. Нейтронная гравитационная спектроскопия состоит в измерении расстояния между энергетическими уровнями нейтронов, хранящихся

* E-mail: valeri.vasileva.0228@mail.ru
** E-mail: zakharovmax@jinr.ru

в гравитационном поле над материальным зеркалом. Впервые о существовании квантования энергии нейтронов в гравитационном поле (гравитационные уровни) при хранении над зеркалом говорится в работе Франка и Лущикова [11]. Первое экспериментальное наблюдение гравитационных уровней было проведено в работе [12].

Нейтрон в экспериментах по гравитационной спектроскопии локализован в вертикальном направлении в области величиной порядка десятков микрометров, что делает его удобной частицей для изучения короткодействующих сил. А достаточно долгое время жизни позволяет изучать долгоживущие когерентные состояния. Однако главной причиной интереса к поведению нейтрона в гравитационном поле можно, вероятно, назвать тот факт, что нейтрон является единственным адроном, позволяющим проводить гравитационные квантовые эксперименты.

Сегодня гравитационные спектрометрические эксперименты реализованы в подходе хранения ультрахолодных нейтронов на материальном зеркале. Существует идея альтернативного подхода к нейтронной гравитационной спектроскопии [13]. Суть идеи заключается в том, чтобы хранить нейтроны не на материальном зеркале, а над магнитной подушкой, образованной плоской конструкцией из проводников с чередующимся направлением тока, — зеркалом Владимирского [14]. Использование такой гравитационно-магнитной ловушки позволяет варьировать большее количество параметров в эксперименте, форму или ширину потенциальной ямы, вид нестационарных возмущений.

Данная работа посвящена развитию направления гравитационной спектроскопии ультрахолодных нейтронов, хранящихся на магнитной подушке в гравитационном поле, и содержит теоретический численный анализ поведения состояния нейтронов в гравитационно-магнитной ловушке при наличии внешнего периодического возмущения.

2. НЕЙТРОН В ГРАВИТАЦИОННО-МАГНИТНОЙ ЛОВУШКЕ

Нейтрон взаимодействует с магнитным полем благодаря наличию у него магнитного момента. Движение нейтрона в гравитационном и магнитном полях описывается уравнением Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial r^2}|\Psi\rangle + (Mgz - \boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{B})|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle. \quad (1)$$

Здесь M — масса нейтрона, g — ускорение свободного падения, $\boldsymbol{\mu}$ — магнитный момент нейтрона, $\mathbf{B}$ — магнитное поле.

В работе [13] для эксперимента по наблюдению гравитационных уровней нейтрона предлагается вместо материального зеркала использовать магнитное зеркало Владимирского [14]. В общем случае это должна быть плоская периодическая структура из проводников с током (магнитное зеркало) с пространственным периодом d, в котором ток в соседних проводниках течет в противоположных направлениях. Мы будем рассматривать случай, когда структура токов расположена в плоскости $z = 0$, а токи текут вдоль оси y. В работе [14] предлагалось использовать периодическую структуру из проводников, уложенных в пазы железного магнитопровода. В настоящее время возможно использовать тонкие ленточные проводники, приготовленные методом литографии или напыления на некоторую подложку, что предлагалось в работе [13].

В случае, когда токи текут по тонким ленточным проводникам шириной h, центры которых расположены на расстоянии $d/2$ друг от друга (рис. 1), компоненты магнитного поля $\mathbf{B}$ определяются выражением (подробный вывод приведен в Приложении)

$$\begin{aligned} B_x &= -\frac{\mu_0}{2}\sum_{n=1,3,5,..} J_n \cos(n\gamma x)e^{-n\gamma z}, \\ B_z &= \frac{\mu_0}{2}\sum_{n=1,3,5,..} J_n \sin(n\gamma x)e^{-n\gamma z}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь μ_0 — магнитная постоянная, $\gamma = 2\pi/d$, d — период структуры. Коэффициенты J_n определяются из разложения Фурье:

$$J_n = \frac{1}{d}\int\limits_{-d/2}^{d/2} J_y(x)\cos(n\gamma x)dx = j_0 l_z \frac{2}{n\pi}\sin\left(n\gamma\frac{h}{2}\right), \quad (3)$$

где j_0 — плотность тока, l_z — толщина проводника. На достаточном расстоянии от поверхности магнитного зеркала слагаемыми разложения порядков $n = 3$ и выше можно пренебречь, и тогда магнитное поле будет иметь вид

$$\begin{aligned} B_x &= -\mu_0 j_0 l_z \frac{1}{\pi}\sin\left(\gamma\frac{h}{2}\right)\cos(\gamma x)e^{-\gamma z}, \\ B_z &= \mu_0 j_0 l_z \frac{1}{\pi}\sin\left(\gamma\frac{h}{2}\right)\sin(\gamma x)e^{-\gamma z}. \end{aligned} \quad (4)$$

В этом случае величина магнитного поля не зависит от координаты x:

$$|B| = \sqrt{B_x^2 + B_z^2} = \mu_0 j_0 l_z \frac{1}{\pi}\sin\left(\gamma\frac{h}{2}\right)e^{-\gamma z} \equiv B_0 e^{-\gamma z}. \quad (5)$$

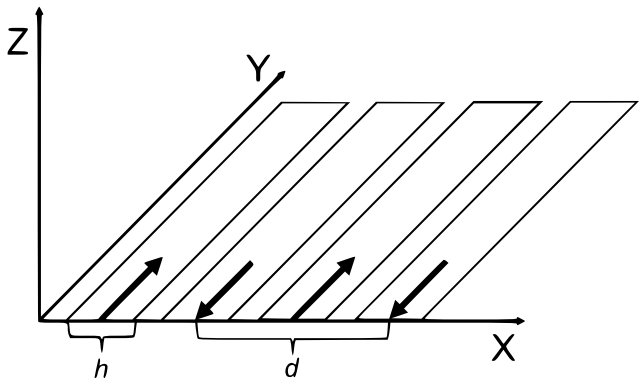


Рис. 1. Схематический рисунок периодической структуры токов. Стрелками обозначены направления токов в проводниках, h — ширина проводника, d — период структуры

Влияние высших порядков разложения проявляется в небольшой вариации величины магнитного поля от продольной координаты x, что не влияет на форму потенциала, однако создает дополнительные систематические эффекты, связанные с рассеянием нейтронов на «неровностях» магнитного поля. Это необходимо учитывать при планировании эксперимента.

Для хранения нейтрона над магнитной подушкой движение частицы в магнитном поле должно быть адиабатически медленным. В этом случае вектор спина будет оставаться параллельным или антипараллельным направлению поля. Потенциал магнитного взаимодействия нейтрона в таком случае будет

$$U_m(z) = \pm\mu B_0 e^{-\gamma z}. \tag{6}$$

Для хранения нейтронов потенциал зеркала должен быть отталкивающим. В итоге полный потенциал гравитационно-магнитной системы имеет вид

$$U(z) = Mgz + \mu B_0 e^{-\gamma z}. \tag{7}$$

Нейтроны в потенциальной яме (7) образуют состояния с дискретным набором энергий. Точный вид волновой функции состояний нейтронов вычислить довольно трудно. Для этого можно использовать вариационные методы или разложение волновой функции по ортогонализированному базису в виде комбинации функций Эйри, полиномов Эрмита и Лагерра.

В работе [13] было предложено и рассмотрено приближение гармонического осциллятора в точке минимума потенциальной ямы. Суть приближения состоит в том, что потенциал раскладывается в ряд Тейлора вблизи точки минимума Z_0 до второго порядка и представляется в виде квантового гармонического осциллятора:

$$U(z) = U(Z_0) + \frac{1}{2}U''(Z_0)(z - Z_0). \tag{8}$$

Здесь $U''(Z_0)$ играет роль «жесткости» осциллятора, точка минимума Z_0 находится из соотношения

$$U'(Z_0) = 0. \tag{9}$$

Следуя приближению, из выражения (7) получаем

$$U(z) = MgZ_0 + \mu B_0 e^{-\gamma Z_0} + \\ + \frac{1}{2}\mu\gamma^2 B_0 e^{-\gamma Z_0}(z - Z_0)^2 + \dots \tag{10}$$

Точка минимума потенциальной ямы из (9)

$$Z_0 = -\frac{1}{\gamma}\ln\frac{Mg}{\gamma\mu B_0}. \tag{11}$$

Уравнение движения нейтрона в гравитационно-магнитной ловушке тогда может быть сведено к стационарному уравнению Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} + \frac{M\omega^2(z - Z_0)^2}{2}\Psi = E\Psi. \tag{12}$$

Здесь $\omega = \sqrt{\gamma g}$ — параметр, определяющий ширину осциллятора и частоту перехода между уровнями, находится из выражения

$$\frac{M\omega^2}{2} = \frac{1}{2}\mu\gamma^2 B_0 e^{-\gamma Z_0}, \tag{13}$$

Волновые состояния в квантовом гармоническом осцилляторе выражаются через полиномы Эрмита H_n [15]

$$\Psi_n = \left(\frac{M\omega}{\hbar\pi}\right)^{1/4}\frac{1}{\sqrt{2^n n!}}\exp\left(-\frac{M\omega}{2\hbar}(z - Z_0)^2\right)\times \\ \times H_n\left((z - Z_0)\sqrt{\frac{M}{\hbar}\omega}\right). \tag{14}$$

Спектр энергий состояний имеет вид

$$E_n = \hbar\omega_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega. \tag{15}$$

Энергетический спектр квантового гармонического осциллятора обладает важной особенностью — эквидистантностью энергетических уровней. Благодаря этой особенности эволюция состояний в системе под действием внешнего периодического воздействия будет кардинально отличаться от картины эволюции состояний в случае хранения нейтронов на материальном зеркале [2]. Анализу поведения состояний в такой системе посвящен следующий раздел.

3. ЭВОЛЮЦИЯ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ НЕЙТРОНОВ В ГРАВИТАЦИОННО-МАГНИТНОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ

3.1. Внешнее нестационарное возмущение

При возникновении в рассматриваемой квантовой системе внешнего периодического возмущения становятся возможными переходы нейтронов между гравитационными уровнями. Довольно важным является вопрос о природе и виде такого возмущения. Оставляя обсуждения особенностей технической реализации конкретных подходов вне данной статьи, рассмотрим возможные виды возмущения.

Можно выделить два основных типа периодического возмущения параболической потенциальной ямы, при которых будут происходить переходы между уровнями: периодические колебания потенциальной ямы $z_0 = z_0(t)$ в пространстве и периодическое изменение ширины ямы $\omega = \omega(t)$.

Первый тип возмущения можно получить, перемещая в пространстве всю конструкцию магнитного зеркала, реализуя небольшие колебания относительно начальной высоты. Тогда точка минимума и вся потенциальная яма будут периодически смещаться в пространстве по закону

$$z_0(t) = Z_0 + A\sin\Omega t. \tag{16}$$

Здесь A — амплитуда осцилляций зеркала, Ω — частота осцилляций зеркала в пространстве. Начальное положение точки минимума Z_0 определяется выражением (11).

Второй тип возмущения возможно реализовать, если поместить систему во внешнее линейное магнитное поле и периодически менять величину градиента магнитного поля. В случае, когда нейтроны при этом движутся в направлении y, потенциал системы будет выглядеть следующим образом:

$$U(z) = Mgz + \mu\left(B_1 + B_\omega\sin\Omega t\right)z + \mu B_0 e^{-\gamma z}. \tag{17}$$

Здесь B_1 — градиент стационарного внешнего магнитного поля, B_ω — амплитуда изменения градиента.

В приближении гармонического осциллятора частота имеет вид

$$\omega^2(t) = \gamma\tilde{g}(t) \equiv \gamma\left(g + \frac{\mu\left(B_1 + B_\omega\sin\Omega t\right)}{M}\right). \tag{18}$$

Важно отметить, что при этом меняется также и положение минимума потенциала

$$z_0(t) = -\frac{1}{\gamma}\ln\frac{Mg + \mu\left(B_1 + B_\omega\sin\Omega t\right)}{\gamma\mu B_0}. \tag{19}$$

В общем случае нестационарное уравнение Шредингера для задачи о гармоническом осцилляторе, в котором параметры потенциальной ямы зависят от времени, выглядит следующим образом:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(z,t) = \left\{-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{M}{2}\omega^2(t)\left(z - z_0(t)\right)^2 + \right.$$
$$\left. + U(z_0,t)\right\}\Psi(z,t). \tag{20}$$

Расчет эволюции волновой функции может быть проведен в рамках теории нестационарных возмущений.

3.2. Анализ нестационарной системы

Рассмотрим нестационарное уравнение Шредингера для задачи о гармоническом осцилляторе, в котором параметры потенциальной ямы зависят от времени. Нас интересует общее выражение, учитывающее изменение как ширины ямы, так и смещение ее положения. Представим уравнение Шредингера в виде

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial\tilde{t}}\Psi(\tilde{z},\tilde{t}) = \left\{-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial\tilde{z}^2} + \frac{1}{2}M\omega^2\left(\tilde{t}\right)\left[\tilde{z} - z_0\left(\tilde{t}\right)\right]^2 + \right.$$
$$\left. + U(z_0,\tilde{t})\right\}\Psi(\tilde{z},\tilde{t}). \tag{21}$$

Здесь функции $z_0(\tilde{t})$ и $\omega^2(\tilde{t})$ определяются выражениями (16) и (18) соответственно. Представим выражение для частоты в виде

$$\omega^2(t) = \left(\gamma g + \frac{\gamma\mu B_1}{M}\right) + \frac{\gamma\mu B_\omega}{M}\sin\Omega t \equiv \omega_0^2 + \omega_A^2\sin\Omega t. \tag{22}$$

Перейдем в систему координат покоя потенциальной ямы

$$t = \tilde{t}, \qquad z = \tilde{z} - Z_0 - A\sin\Omega\tilde{t}. \tag{23}$$

Замена координат (23) трансформирует производные следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial\tilde{z}} = \frac{\partial}{\partial z}, \qquad \frac{\partial}{\partial\tilde{t}} = \frac{\partial}{\partial t} - A\Omega\cos(\Omega t)\frac{\partial}{\partial z}. \tag{24}$$

В новой системе отсчета уравнение Шредингера примет вид

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(z,t) = \left(H_0 + H_1\right)\Psi(z,t), \tag{25}$$

где

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{M\omega_0^2 z^2}{2} \tag{26}$$

— гамильтониан невозмущенной системы,

$$H_1 = \frac{1}{2}Mz^2\omega_A^2 \sin\Omega t + i\hbar A\Omega\cos(\Omega t)\frac{\partial}{\partial z}. \quad (27)$$

— нестационарное возмущение.

Согласно теории нестационарных возмущений, представим решение уравнения (25) в виде разложения по собственным функциям стационарной части гамильтониана:

$$\Psi(z,t) = \sum_n a_n(t)\Phi_n(z,t) = \sum_n a_n(t)\Psi_n(z)e^{-i\omega_n t}, \quad (28)$$

где $a_n(t)$ — амплитуда n-го состояния, Ψ_n — собственные функции гамильтониана H_0, функции Φ_n удовлетворяют уравнению

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Phi_n(z,t) = H_0\Phi_n(z,t). \quad (29)$$

Подстановка функции (28) в уравнение (25), с учетом (29), дает

$$i\hbar\sum_n \Phi_n\frac{da_n}{dt} = \\ = \sum_n a_n\left\{\frac{1}{2}Mz^2\omega_A^2\sin\Omega t + i\hbar A\Omega\cos(\Omega t)\frac{\partial}{\partial z}\right\}\Phi_n. \quad (30)$$

Умножение (30) слева на $\Phi_m^*(z,t)$ с последующим интегрированием позволяет получить

$$i\hbar\frac{da_m}{dt} = \frac{M\omega_A^2\sin\Omega t}{2}\sum_n a_n\int\Phi_m^* z^2\Phi_n dz + \\ + i\hbar A\Omega\cos\Omega t\sum_n a_n\int\Phi_m^*\frac{\partial}{\partial z}\Phi_n dz. \quad (31)$$

В итоге уравнение (25) может быть сведено к следующему выражению:

$$i\hbar\frac{da_m(t)}{dt} = I_\omega(\Omega,t)\sum_n a_n(t)\Theta_{mn}e^{i\omega_{mn}t} + \\ + I_d(\Omega,t)\sum_n a_n(t)Q_{mn}e^{i\omega_{mn}t}. \quad (32)$$

Здесь

$$I_\omega(\Omega,t) = \frac{1}{2}M\omega_A^2\sin\Omega t, \\ I_d(\Omega,t) = i\hbar A\Omega\cos\Omega t, \quad (33)$$

$\omega_{mn} = \omega_m - \omega_n$ — частота перехода между уровнями, Q_{mn} и Θ_{mn} — матричные элементы переходов, обусловленные влиянием изменения положения минимума и ширины потенциальной ямы соответственно:

$$Q_{mn} = \int\Psi_m(z)\frac{\partial}{\partial z}\Psi_n(z)dz, \\ \Theta_{mn} = \int\Psi_m(z)z^2\Psi_n(z)dz. \quad (34)$$

Выражение (32) представляет собой систему дифференциальных уравнений первого порядка для неизвестных $a_n(t)$, определяющих заселенность гравитационных уровней. Такая система может быть решена численно при учете конечного количества состояний. Далее в работе система (32) будет решаться методом Рунге – Кутты 4-го порядка.

Матричные элементы (34) определяют скорость перехода между уровнями. Значения матричных элементов приведены в табл. 1, 2. Важно отметить, что матричные элементы переходов Q_{mn} при осцилляции положения потенциальной ямы имеют ненулевое значение только для переходов между соседними уровнями вследствие свойств ортогональности полиномов Эрмита. При этом скорость перехода на уровень выше оказывается больше, чем на уровень ниже, например, $|Q_{10}| = 44360$ и $|Q_{12}| = 62736$. Это означает, что можно ожидать необратимый характер переходов. Волновая функция должна дрейфовать вверх по гравитационным уровням при возникновении периодических колебаний положения потенциальной ямы.

Матричные элементы Θ_{mn}, соответствующие осцилляциям ширины потенциальной ямы, имеют много меньшую величину по сравнению с Q_{mn}. Кроме того, при таком воздействии разрешены лишь переходы на два уровня вверх или вниз с передачей кванта энергии, равного удвоенному расстоянию между уровнями.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

4.1. Конфигурация магнитного зеркала

При выборе конкретной конфигурации квантовой системы для количественного анализа мы руководствовались выполнением следующих условий. Рассматриваемая система должна быть принципиально реализуема в экспериментальной установке. В разложении магнитного поля слагаемые третьего порядка и выше должны быть пренебрежимо малы по сравнению со слагаемыми первого порядка разложения. Форма потенциальной ямы должна удовлетворять гармоническому приближению для достаточного числа состояний энергетических уровней (в работе рассматривались первые 10 уровней). Движение нейтрона в рассматриваемой системе должно удовлетворять условию адиабатичности (ларморовская частота много больше частоты вращающегося магнитного поля).

Таблица 1. Матричные элементы переходов Q_{mn} под воздействием осцилляций в области минимума потенциальной ямы

Q_{mn}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	44360	0	0	0	0	0	0	0	0
1	−44360	0	62736	0	0	0	0	0	0	0
2	0	−62736	0	76835	0	0	0	0	0	0
3	0	0	−76835	0	88721	0	0	0	0	0
4	0	0	0	−88721	0	99194	0	0	0	0
5	0	0	0	0	−99194	0	108661	0	0	0
6	0	0	0	0	0	−108661	0	117368	0	0
7	0	0	0	0	0	0	−117368	0	125471	0
8	0	0	0	0	0	0	0	−125471	0	133083
9	0	0	0	0	0	0	0	0	−133083	0

Таблица 2. Матричные элементы переходов $\Theta_{mn} \cdot 10^{11}$ под воздействием осцилляций ширины потенциальной ямы

Θ_{mn}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	18	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	31	0	0	0	0	0	0
2	−18	0	0	0	44	0	0	0	0	0
3	0	−31	0	0	0	57	0	0	0	0
4	0	0	−44	0	0	0	70	0	0	0
5	0	0	0	−57	0	0	0	82	0	0
6	0	0	0	0	−70	0	0	0	95	0
7	0	0	0	0	0	−82	0	0	0	108
8	0	0	0	0	0	0	−95	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	−108	0	0

В качестве примера рассмотрим конструкцию магнитного зеркала, состоящую из узких проводников из меди, по которым идет ток. Примем, что период токовой структуры $d = 1$ мм, на половине периода ток течет в положительном направлении, на второй половине — в отрицательном, ширина проводников $h = 0.5$ мм. За величину плотности тока в проводнике выбрано значение 100 А/мм^2. Этого можно добиться при хорошем охлаждении проводника. В качестве значения длины зеркала, основываясь на оценке времени пролета ультрахолодных нейтронов области с нестационарным возмущением (см. ниже), примем 36 см.

Такое магнитное зеркало вместе с гравитационным полем Земли формирует гравитационно-магнитную ловушку со следующими основными параметрами: точка минимума потенциальной ямы $Z_0 = 0.3$ мм, магнитное поле в точке минимума $B_{min} = 2.7 \cdot 10^{-4}$ Тл, частота переходов $\omega = 248$ Гц. Как показывают количественные оценки, в рассматриваемой системе на расстоянии Z_0 в разложении компонент магнитного поля (2) компонента, соответствующая $n = 3$, на два порядка меньше компоненты для $n = 1$, что позволяет воспользоваться разложением (4).

В рамках теоретического анализа поведения рассматриваемой квантовой системы был проведен ряд численных расчетов эволюции волновой функции (28). Рассмотрено влияние на систему как колебаний потенциальной ямы в пространстве с амплитудами $A = 1, 2$ мкм, так и осцилляций ширины потенциальной ямы.

Количественные оценки по формулам (19) и (22) показали, что для изменения ширины потенциальной ямы ω^2 на величину около 1% необходима амплитуда изменения градиента внешнего магнитного поля в области локализации нейтрона примерно 0.015 Тл/м. При этом смещение потенциальной ямы в пространстве достигает 1.5 мкм. Анализ численного решения системы уравнений (32) показал, что

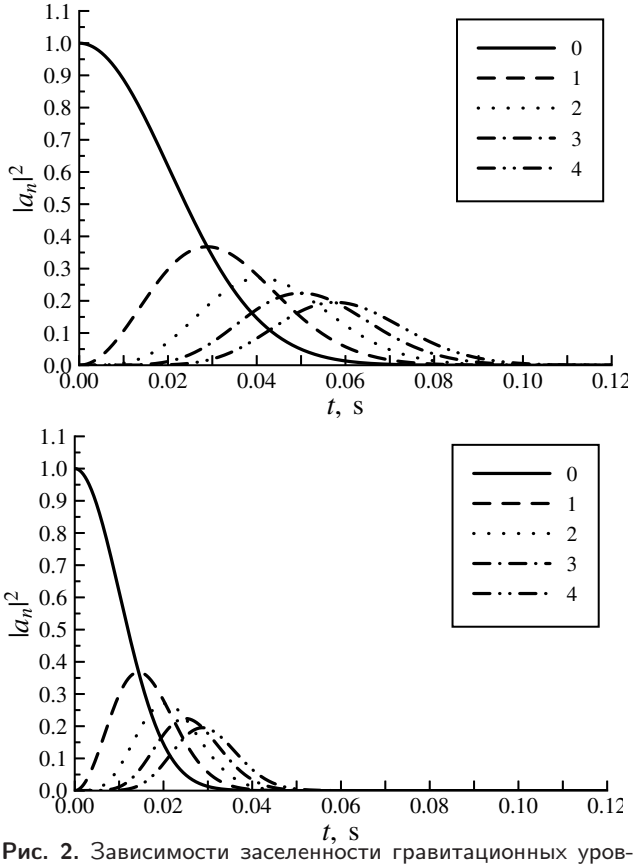


Рис. 2. Зависимости заселенности гравитационных уровней от времени в случае колебаний потенциальной ямы в пространстве для $A = 1$ мкм (верхняя панель) и $A = 2$ мкм (нижняя панель). Цифрами на графиках обозначены номера энергетических уровней

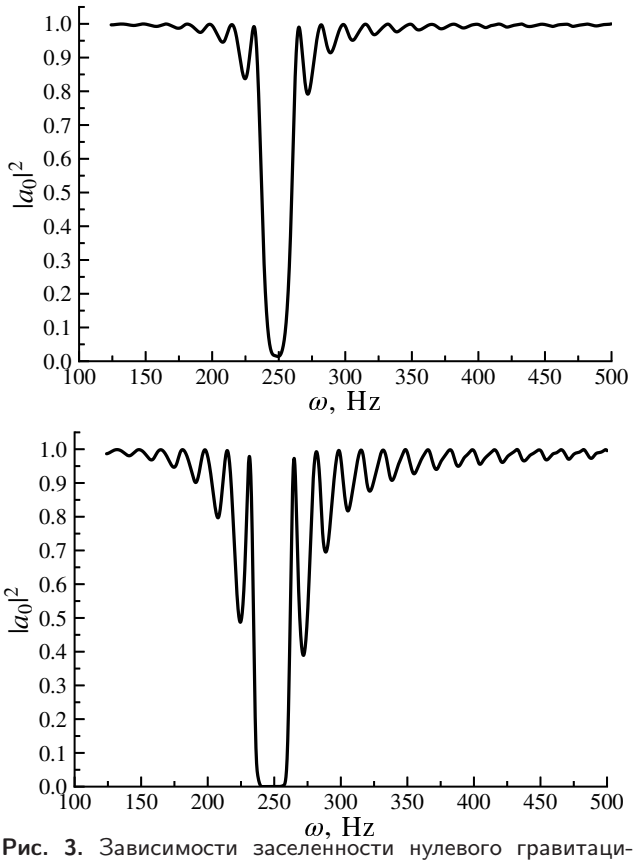


Рис. 3. Зависимости заселенности нулевого гравитационного уровня в конечный момент времени воздействия $t = 60$ мс от частоты внешнего нестационарного возмущения для $A = 1$ мкм (верхняя панель) и $A = 2$ мкм (нижняя панель)

основным эффектом здесь является именно смещение потенциальной ямы в пространстве, в то время как влияние осцилляций ширины потенциальной ямы незначительно и скорее играет роль источника систематических эффектов.

В качестве начального состояния рассматривалась функция $a_0(t = 0) = 1$, $a_{n\neq 0}(t = 0) = 0$. Время нестационарного воздействия подбиралось таким образом, чтобы населенность нулевого уровня стала равна нулю, т. е. чтобы вся волновая функция «переместилась» на высшие гравитационные уровни. В расчетах было использовано время воздействия $t = 60$ мс. Зная время нахождения нейтрона в области возмущения, умножив его на скорость, получим оценку необходимой длины зеркала. В рассматриваемом примере скорость нейтронов должна быть равна 6 м/с.

В качестве результатов расчетов были получены зависимости населенностей первых пяти гравитационных уровней от времени при частоте осцилляций, равной частоте перехода (рис. 2) и зависимость населенности нулевого уровня в конечные моменты времени от частоты нестационарного возмущения (рис. 3).

На рис. 2 хорошо видно, что интенсивность состояний различных гравитационных уровней плавно последовательно возрастает. По мере того, как интенсивность более высоких уровней растет, интенсивность более низких уровней начинает падать. Волновая функция нейтрона «перемещается» вверх по гравитационным уровням. Чем больше амплитуда возмущений, тем ожидаемо выше скорость «дрейфа» волновой функции вправо. На рис. 3 явно виден резонансный характер поведения заселенности нижнего гравитационного уровня в зависимости от частоты возмущений.

Гипотетически, эксперимент по изучению нестационарных переходов ультрахолодных нейтронов между энергетическими уровнями в рассматриваемой гравитационно-магнитной ловушке может выглядеть следующим образом. По аналогии с работами [2, 10, 11] нейтроны проходят через щель опре-

деленной высоты, формирующую начальное состояние. Для рассмотренной в работе конфигурации магнитного зеркала простые количественные оценки дают значение ширины на полувысоте первого уровня около 30 мкм. Естественно полагать, что щель должна быть размером не меньше. В схожих экспериментах [2] и [3] поглотитель располагался на высоте 25 и 30 мкм соответственно.

Затем нейтроны движутся через область с нестационарным возмущением, где происходят переходы на более высокие уровни. В конце нейтроны вновь проходят через щель той же высоты, что и первая, играющую роль анализатора. За щелью-анализатором располагается детектор, регистрирующий скорость счета. В случае, если нейтроны в процессе взаимодействия с нестационарным возмущением перейдут на более высокие уровни, детектор зарегистрирует падение скорости счета, причем резонансного характера.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена квантовая система, состоящая из ультрахолодного нейтрона, движущегося в гравитационно-магнитной ловушке, образованной гравитационным полем Земли и магнитным полем зеркала Владимирского. Нейтроны в такой системе образуют квантовые состояния с дискретным энергетическим спектром.

Теоретически исследовано влияние различных внешних нестационарных возмущений на эволюцию волновой функции нейтронов в такой системе. Построена модель, в которой действие нестационарных возмущений сводится к периодическому смещению в пространстве минимума потенциальной ямы или периодическому изменению ширины потенциальной ямы.

В рамках теории нестационарных возмущений получено численное решение нестационарного уравнения Шредингера. Результаты расчетов представлены в виде эволюции населенности гравитационных уровней со временем. Показан резонансный и необратимый характер взаимодействия эволюции волновой функции в зависимости от частоты нестационарного возмущения.

Благодарности. Авторы благодарят А. И. Франка, Г. В. Кулина и В. С. Мележика за полезные обсуждения результатов работы.

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Вклад авторов равноценен.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим магнитное поле структуры токов

$$\mathbf{J}(x,y,z) = J_0 \cos(kx)\delta(z)\mathbf{e}_y.$$

Воспользуемся уравнением Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \tag{A.1}$$

и связью магнитного поля с векторным потенциалом

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \tag{A.2}$$

Подстановка (A.2) в (A.1) позволяет получить выражение

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla\left(\nabla \cdot \mathbf{A}\right) - \nabla^2 \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{J}.$$

Применяя калибровку Кулона $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, получаем векторное уравнение

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{J}. \tag{A.3}$$

Расписывая (A.3) по компонентам, решаем следующую систему уравнений

$$\begin{aligned} &\nabla^2 A_x = -\mu_0 J_x = 0, \\ &\nabla^2 A_y = -\mu_0 J_y = -\mu_0 J_0 \cos(kx)\delta(z), \\ &\nabla^2 A_z = -\mu_0 J_z = 0. \end{aligned} \tag{A.4}$$

Решение первого и третьего уравнений из (A.4) тривиально: $A_x = A_z = 0$. Второе уравнение можно записать в виде

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) A_y = -\mu_0 J_0 \cos(kx)\delta(z). \tag{A.5}$$

Представим решение уравнения (A.5) в виде

$$A_y(x,z) = F(z)\cos(kx). \tag{A.6}$$

Подстановка (A.6) в уравнение (A.5) дает

$$\left[-k^2 F(z) + \frac{d^2 F(z)}{dz^2}\right] \cos(kx) = -\mu_0 J_0 \cos(kx)\delta(z).$$

После упрощения получаем уравнение для неизвестной функции $F(z)$:

$$\frac{d^2 F(z)}{dz^2} - k^2 F(z) = -\mu_0 J_0 \delta(z).$$

Его решение известно:

$$F(z) = C_1 e^{kz} + C_2 e^{-kz}, \quad z \neq 0.$$

Поскольку магнитное поле должно убывать при отдалении от зеркала, решение должно быть представлено в виде

$$F(z) = Ce^{-kz}, \quad z > 0,$$
$$F(z) = Ce^{kz}, \quad z < 0.$$

Неизвестную константу C можно найти из условий непрерывности

$$F(0+\varepsilon) = F(0-\varepsilon),$$
$$\int\limits_{0-\varepsilon}^{0+\varepsilon} \left(\frac{d^2F}{dz^2} - k^2 F \right) dz = -\mu_0 J_0 \int\limits_{0-\varepsilon}^{0+\varepsilon} \delta(z) dz,$$
$$\left.\frac{dF}{dz}\right|_{0+\varepsilon} - \left.\frac{dF}{dz}\right|_{0-\varepsilon} = -\mu_0 J_0,$$

В итоге получим

$$C = \frac{\mu_0 J_0}{2k}.$$

Векторный потенциал тогда равен

$$A_y(x,z) = \frac{\mu_0 J_0}{2k} e^{-kz} \cos(kx).$$

Магнитное поле находим по определению

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ 0 & A_y & 0 \end{vmatrix} = \mathbf{e}_x \frac{\partial A_y}{\partial z} - \mathbf{e}_z \frac{\partial A_y}{\partial x}.$$

В итоге получим

$$B_x = -\frac{\mu_0 J_0}{2} \cos(kx) e^{-kz},$$
$$B_z = \frac{\mu_0 J_0}{2} \sin(kx) e^{-kz}.$$

Рассмотрим теперь структуру токов, состоящую из тонких полосок шириной h, находящихся на расстоянии $d/2$ друг от друга. Ток в соседних полосках течет в противоположных направлениях.

Представим функцию токов в виде разложения в ряд Фурье:

$$J_y(x) = \sum_n D_n \sin\left(\frac{2\pi}{d} nx\right) + \sum_n J_n \cos\left(\frac{2\pi}{d} nx\right).$$

Поместим начало координат в середину одной из полосок. Пусть это будет полоска, по которой ток течет в положительном направлении. Тогда вся структура будет четной функцией, и ряд сохранит лишь слагаемые с косинусами:

$$J_y(x) = \sum_n J_n \cos\left(\frac{2\pi}{d} nx\right).$$

Здесь

$$J_n = \frac{1}{d} \int\limits_{-d/2}^{d/2} J_y(x) \cos\left(\frac{2\pi}{d} nx\right) dx. \tag{A.7}$$

Интеграл (A.7) разбивается на три части:

$$J_n = \frac{1}{d} \Bigg\{ \int\limits_{-h/2}^{h/2} J_0 \cos\left(\frac{2\pi}{d} nx\right) dx + \int\limits_{-d/2}^{-d/2+h/2} -J_0 \cos\left(\frac{2\pi}{d} nx\right) dx + \int\limits_{d/2-h/2}^{d/2} -J_0 \cos\left(\frac{2\pi}{d} nx\right) dx \Bigg\},$$

вычисляя которые, в итоге получим

$$J_n = J_0 \frac{d}{n\pi} \sin\left(\frac{h}{d} n\pi\right) \left(1 - (-1)^n\right).$$

Отсюда следует, что остаются только нечетные порядки:

$$B_x = -\frac{\mu_0}{2} \left(J_1 \cos(kx) e^{-kz} + J_3 \cos(3kx) e^{-3kz} + \dots \right),$$
$$B_z = \frac{\mu_0}{2} \left(J_1 \sin(kx) e^{-kz} + J_3 \sin(3kx) e^{-3kz} + \dots \right).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Kasevich and S. Chu, Phys. Rev. Lett. **67**, 181 (1991).

2. H. Abele, T. Jenke, H. Leeb et al., Phys. Rev. D **81**, 065019 (2010).

3. P. Asenbaum, C. Overstreet, M. Kim et al., Phys. Rev. Lett. **125**, 191101 (2020).

4. G. Cronenberg, P. Brax, H. Filter et al., Nat. Phys. **14**, 1022 (2018).

5. G. Rosi, F. Sorrentino, L. Cacciapuoti et al., Nature **510**, 518 (2014).

6. T. Jenke, J. Bosina, G. Cronenberg et al., EPJ Web Conf. **219**, 05003 (2019).

7. T. Jenke, G. Cronenberg, J. Burgdorfer et al., Phys. Rev. Lett. **112**, 151105 (2014).

8. P. Hamilton, M. Jaffe, P. Haslinger et al., Science **349**, 849 (2015).

9. A. M. Nobili, A. Anselmi, and R. Pegna, Phys. Rev. Res. **2**, 012036 (2020).

10. D. Schlippert, J. Hartwig, H. Albers, et al., Phys. Rev. Lett. **112**, 203002 (2014).

11. V. I. Lushchikov and A. I. Frank, JETP Lett. **28**, 559 (1978) [В. И. Лущиков, А. И. Франк, Письма в ЖЭТФ **28**, 607 (1978)].

12. V. V. Nesvizhevsky, H. Börner, A. K. Petukhov et al., Nature **145**, 297 (2002).

13. A. I. Frank and V. G. Nosov, JETP Lett. **79**, 313 (2004) [А. И. Франк, В. Г. Носов, Письма в ЖЭТФ **79**, 387 (2004)].

14. V. V. Vladimirskii, Sov. Phys. JETP **12**, 740 (1960) [В. В. Владимирский, ЖЭТФ **39**, 1062 (1960)].

15. L. D. Landau and E. M. Lifshits, *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory*, Pergamon Press, Oxford (1977) [Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика (нерелятивистская теория)*, ФИЗМАТЛИТ, Москва (2004)].

Transitions Between Energy Levels During the Storage of Ultracold Neutrons in a Gravitational Magnetic Trap

V. A. Vasileva [a*], ***M. A. Zakharov*** [a,b**]

[a] Joint Institute for Nuclear Research
141980, Dubna, Moscow Region, Russia

[b] MIREA — Russian Technological university
119454, Moscow, Russia

*E-mail: valeri.vasileva.0228@mail.ru

**E-mail: zakharovmax@jinr.ru

Received March 31, 2026
Revised July 23, 2026
Accepted August 26, 2026

Abstract

A numerical theoretical study of non-stationary transitions between energy levels, which arise when storing ultracold neutrons in a potential well formed by the gravitational field and the magnetic field of a Vladimirskii mirror, in the presence of a periodic external perturbation, has been carried out. The quantum system was studied by solving the time-dependent Schrödinger equation within the framework of the theory of non-stationary perturbations. The time evolution of the neutron wave function was analyzed. The time dependence of the population of neutron energy levels was obtained for various perturbation frequencies.

Keywords: neutron physics, ultracold neutrons, gravitational levels, non-stationary quantum effects, perturbation theory

Acknowledgments. The authors thank A. I. Frank, G. V. Kulin, and V. S. Melezhik for useful discussions of the results of this work.

Funding. The study was not sponsored.

Conflict of interests. The authors declare that they have no conflict of interests.

Authors' contributions. The contributions of the authors are equal.